



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL  
SECRETARIA ACADÉMICA  
DIRECCIÓN DE EDUCACION MEDIA SUPERIOR  
CENTRO DE ESTUDIOS CIENTÍFICOS Y TECNOLÓGICOS No. 13  
"RICARDO FLORES MAGÓN"

# GUÍA

**de estudio para  
presentar ETS de la**  
UNIDAD DE APRENDIZAJE DE ÁLGEBRA  
**CICLO ESCOLAR 2026-2**  
**TURNO VESPERTINO**

Presidente de academia: M. en E. Gabino Ramírez Sandoval

Fecha de Elaboración: mayo 2026



<b>Área:</b> Básica	<b>Nombre de la Unidad de Aprendizaje:</b> Álgebra	<b>Nivel/semestre:</b> Segundo
------------------------	---	-----------------------------------

**Instrucciones generales de la guía:**

**Destinatarios:** Estudiantes inscritos en el primer semestre del nivel medio superior del IPN en cualquiera de sus ramas del conocimiento.

**Carácter del Trabajo:** La guía completa debe ser analizada de manera individual y autónoma como preparación previa al examen.

**Condiciones de Entrega (en caso de solicitarse para derecho a examen):**

- Debe elaborarse en su totalidad **a mano** utilizando hojas blancas tamaño carta.
- Todas las hojas deben presentarse debidamente **foliadas y engrapadas**.
- Los enunciados de cada ejercicio se deben escribir con **tinta negra**.
- Los desarrollos, operaciones y procedimientos matemáticos correspondientes se realizarán exclusivamente a **lápiz**.
- Los resultados definitivos de cada reactivo deben quedar claramente **subrayados con tinta roja**.

**Presentación:** Esta guía de estudio constituye una herramienta pedagógica oficial diseñada por la Academia de Matemáticas del CECyT 13 "Ricardo Flores Magón" del Instituto Politécnico Nacional. Su propósito central es servir de apoyo e instrucción para los alumnos del nivel medio superior que requieren acreditar los conocimientos elementales de la materia a través de un Examen de Título de Suficiencia (ETS) o consolidar sus competencias matemáticas básicas.

El contenido se apega estrictamente al Programa de Estudios vigente bajo el Modelo Educativo Centrado en el Aprendizaje con enfoque por competencias, promoviendo que el estudiante asuma un papel activo en su proceso de regularización académica.



### Objetivos

**Objetivo General:** Preparar formalmente al alumno inscrito en la Unidad de Aprendizaje de Álgebra en el dominio total de sus contenidos temáticos, los cuales fungen como cimiento indispensable para cursar los niveles matemáticos subsecuentes del Nivel Medio Superior.

### Objetivos Específicos:

- Fomentar en el alumno el desarrollo del razonamiento lógico, el análisis crítico y la reflexión conceptual.
- Habilitar al estudiante en la aplicación de metodologías operativas en la solución de problemas teóricos y prácticos de su entorno, validando los resultados mediante demostraciones e interpretaciones formales.

### Justificación

El álgebra es el pilar instrumental y teórico que permite al estudiante modelar y traducir situaciones de la vida cotidiana al lenguaje simbólico de la matemática. El enfoque metodológico de este documento se fundamenta en la resolución continua de problemas estructurados de menor a mayor complejidad. A través de esta ejercitación guiada, se busca propiciar un aprendizaje significativo y autónomo que le permita al estudiante autoevaluar sus áreas de oportunidad y mitigar los rezagos de aprendizaje de forma previa a sus evaluaciones institucionales.



### Estructura y contenidos

La unidad de aprendizaje se compone de cuatro unidades didácticas obligatorias:

- **Unidad I: Números Reales**

- 1.1 Concepto y propiedades de los números reales.
- 1.2 Representación numérica en la recta y operaciones fundamentales.
- 1.3 Jerarquía de las operaciones y leyes de los signos.
- 1.4 Razones, proporciones y aplicaciones aritméticas.
- 1.5 Mínimo Común Múltiplo (m.c.m.) y Máximo Común Divisor (M.C.D.).
- 1.6 Notación científica y sus operaciones algorítmicas.

- **Unidad II: Expresiones Algebraicas**

- 2.1 Terminología algebraica y traducción del lenguaje común al algebraico.
- 2.2 Algoritmos de operaciones fundamentales con polinomios (suma, resta, multiplicación, división).
- 2.3 Productos notables.
- 2.4 Métodos de factorización de expresiones algebraicas.
- 2.5 Operaciones con fracciones algebraicas.

- **Unidad III: Funciones y Ecuaciones Lineales**

- 3.1 Elementos de las funciones lineales (tabulares, gráficas y algebraicas).
- 3.2 Modelado de ecuaciones lineales de una variable.
- 3.3 Sistemas de ecuaciones lineales simultáneas (métodos de resolución).

- **Unidad IV: Funciones y Ecuaciones Cuadráticas**

- 4.1 Elementos de la función cuadrática y su representación gráfica.
- 4.2 Modelado de ecuaciones cuadráticas aplicadas a las ciencias y entorno.



4.3 Solución de ecuaciones de segundo grado por fórmula general y otros métodos.

**Evaluación**

De conformidad con los lineamientos del IPN, la evaluación del aprendizaje de la materia se diseña bajo un esquema formativo y sumativo integral:

1. **Evaluación Diagnóstica:** Aplicada al inicio del curso para identificar el nivel de conocimientos aritméticos y las habilidades del pensamiento previas del estudiante.
2. **Evaluación Formativa (Procesual):** Monitoreo continuo a través de la entrega del portafolio de evidencias (la resolución formal de las secciones de esta guía), con derecho a realimentación docente en sesiones complementarias.
3. **Evaluación Sumativa (Acreditación Final):** Consistente en la aplicación del Examen de Título de Suficiencia (ETS) o evaluaciones extraordinarias oficiales departamentales, donde se valida el dominio procedimental y la precisión de los saberes matemáticos declarativos.



#### **Materiales para la elaboración de la guía**

Para resolver y construir el portafolio físico exigido, los estudiantes deberán contar con los siguientes insumos estipulados por la academia:

- Hojas blancas tamaño carta, grapas y foliador manual.
- Bolígrafos de tinta negra (para enunciados y textos) y tinta roja (exclusivo para el marcado de resultados finales).
- Lápiz grafito (del número 2 o 2.5), goma de borrar y sacapuntas para el desarrollo analítico de las operaciones.
- Materiales de apoyo digital complementarios: Instrumentos de evaluación formativa, bancos institucionales de reactivos de la Dirección de Educación Media Superior (DEMS), uso regulado de calculadora científica o graficadora para la verificación final de conjeturas matemáticas.



#### Actividades de estudio

Para asegurar la comprensión y un óptimo desempeño del estudiante, se establecen las siguientes dinámicas formativas:

- **Trabajo Autónomo Individual:** Resolución pautada de ejercicios prácticos directamente en el cuadernillo de la guía, priorizando la autogestión del tiempo y el análisis individual de textos y fórmulas.
- **Asesorías Académicas Extra clase:** Espacios presenciales programados con los profesores de la Academia de Matemáticas en el CECyT 13, orientados a la clarificación de dudas de alta complejidad conceptual o procedimental.
- **Problematización Continua:** Prácticas basadas en el planteamiento de conjeturas y discusión de errores algebraicos comunes mediante talleres didácticos dirigidos.

#### Información adicional

**Vigencia Normativa:** El programa estructurado responde a la reforma e instrumentación de planes de estudio vigentes de la Dirección de Educación Media Superior (DEMS) del IPN.

**Carga Horaria Equivalente:** El programa general contempla un total de 90 horas semestrales (distribuidas en 18 semanas de clase), de las cuales 72 horas se desarrollan formalmente dentro del aula escolar (4 horas por semana) y 18 horas se destinan a actividades independientes en otros ambientes de aprendizaje autónomo guiado (1 hora por semana)

#### Bibliografía básica

De acuerdo con las referencias institucionales autorizadas en los programas del IPN, se sugieren los siguientes textos guía fundamentales para la consulta teórica del estudiante:

1. Baldor, A. (2017). *Álgebra*. Grupo Editorial Patria.
2. Swokowski, E. W., & Cole, J. A. (2011). *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica*. Cengage Learning.
3. Cuéllar Carvajal, J. A. (2018). *Álgebra*. McGraw-Hill Interamericana.
4. Bancos de reactivos y secuencias didácticas oficiales de la Dirección de Educación Media Superior (DEMS) del Instituto Politécnico Nacional.



**Integrantes de la academia**  
**Castillejos Domínguez Liliana**  
**González Zárate José Arturo**  
**Navas Ruiz Guillermo**  
**Ramírez Sandoval Gabino (presidente de la Academia - Turno Vespertino)**  
**Romero Flores Yazmin**  
**Velázquez Arteaga Lino**



### OPERACIONES BÁSICAS

$$\begin{array}{r}
 \phantom{0}9\phantom{0}3\phantom{0}4\phantom{0}.\phantom{0}5 \\
 \phantom{0}x\phantom{0}7\phantom{0}6\phantom{0}.\phantom{0}4 \\
 \hline
 \phantom{0}7\phantom{0}4\phantom{0}7\phantom{0}6\phantom{0}5 \\
 \phantom{0}3\phantom{0}7\phantom{0}3\phantom{0}8\phantom{0}2\phantom{0}8 \\
 \phantom{0}5\phantom{0}6\phantom{0}0\phantom{0}7\phantom{0}4\phantom{0}2 \\
 \phantom{0}6\phantom{0}5\phantom{0}4\phantom{0}1\phantom{0}9\phantom{0}9 \\
 \hline
 \mathbf{7\phantom{0}1\phantom{0}4\phantom{0}7\phantom{0}5\phantom{0}.9\phantom{0}1\phantom{0}3}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \phantom{0}8\phantom{0}3\phantom{0}.\phantom{0}5\phantom{0}7\phantom{0}9\phantom{0}4 \\
 \phantom{0}x\phantom{0}.\phantom{0}8\phantom{0}9\phantom{0}7 \\
 \hline
 \phantom{0}5\phantom{0}8\phantom{0}5\phantom{0}0\phantom{0}5\phantom{0}5\phantom{0}8 \\
 \phantom{0}7\phantom{0}5\phantom{0}2\phantom{0}2\phantom{0}1\phantom{0}4\phantom{0}6 \\
 \phantom{0}6\phantom{0}6\phantom{0}8\phantom{0}6\phantom{0}3\phantom{0}5\phantom{0}2 \\
 \hline
 \mathbf{7\phantom{0}4\phantom{0}.9\phantom{0}7\phantom{0}0\phantom{0}7\phantom{0}2\phantom{0}1\phantom{0}8}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \phantom{0}5\phantom{0}6\phantom{0}7\phantom{0}7\phantom{0}8\phantom{0}.9\phantom{0}0 \\
 \phantom{0}3\phantom{0}4\phantom{0}5\phantom{0}6\phantom{0}.7\phantom{0}8\phantom{0}9\phantom{0}9 \\
 + \phantom{0}2\phantom{0}3\phantom{0}4\phantom{0}.5\phantom{0}6\phantom{0}7\phantom{0}8\phantom{0}8 \\
 \phantom{0}2\phantom{0}3\phantom{0}5\phantom{0}5\phantom{0}0\phantom{0}8\phantom{0}.9\phantom{0}7\phantom{0}9\phantom{0}7 \\
 \phantom{0}5\phantom{0}6\phantom{0}7\phantom{0}8\phantom{0}.0\phantom{0}0\phantom{0}2 \\
 \phantom{0}2\phantom{0}0\phantom{0}0\phantom{0}5\phantom{0}6\phantom{0}.7\phantom{0}8 \\
 \hline
 \mathbf{3\phantom{0}2\phantom{0}1\phantom{0}7\phantom{0}1\phantom{0}4\phantom{0}.0\phantom{0}1\phantom{0}9\phantom{0}4\phantom{0}8}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \phantom{0}4\phantom{0}5\phantom{0}0\phantom{0}6\phantom{0}0\phantom{0}.9\phantom{0}8\phantom{0}8\phantom{0}3 \\
 \phantom{0}4\phantom{0}5\phantom{0}.7\phantom{0}0\phantom{0}7\phantom{0}8\phantom{0}8\phantom{0}8 \\
 + \phantom{0}4\phantom{0}3\phantom{0}3\phantom{0}.6\phantom{0}7\phantom{0}8\phantom{0}9\phantom{0}7 \\
 \phantom{0}1\phantom{0}2\phantom{0}8\phantom{0}9\phantom{0}.0\phantom{0}9\phantom{0}0\phantom{0}2 \\
 \phantom{0}7\phantom{0}8\phantom{0}.8\phantom{0}9\phantom{0}0\phantom{0}3\phantom{0}2 \\
 \phantom{0}7\phantom{0}8\phantom{0}9\phantom{0}9\phantom{0}.0\phantom{0}2 \\
 \hline
 \mathbf{1\phantom{0}2\phantom{0}5\phantom{0}9\phantom{0}0\phantom{0}7\phantom{0}.3\phantom{0}7\phantom{0}5\phantom{0}6\phantom{0}7\phantom{0}8}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \phantom{0}6\phantom{0}7\phantom{0}8\phantom{0}9\phantom{0}8\phantom{0}.\phantom{0}6 \\
 \phantom{0}x\phantom{0}9\phantom{0}.\phantom{0}7\phantom{0}7 \\
 \hline
 \phantom{0}4\phantom{0}7\phantom{0}5\phantom{0}2\phantom{0}9\phantom{0}0\phantom{0}2 \\
 \phantom{0}4\phantom{0}7\phantom{0}5\phantom{0}2\phantom{0}9\phantom{0}0\phantom{0}2 \\
 \phantom{0}6\phantom{0}1\phantom{0}1\phantom{0}0\phantom{0}8\phantom{0}7\phantom{0}4 \\
 \hline
 \mathbf{6\phantom{0}6\phantom{0}3\phantom{0}3\phantom{0}6\phantom{0}9\phantom{0}.3\phantom{0}2\phantom{0}2}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \phantom{0}7\phantom{0}3\phantom{0}.\phantom{0}6\phantom{0}9\phantom{0}8\phantom{0}8 \\
 \phantom{0}x\phantom{0}.\phantom{0}8\phantom{0}6\phantom{0}5 \\
 \hline
 \phantom{0}3\phantom{0}6\phantom{0}8\phantom{0}4\phantom{0}9\phantom{0}4\phantom{0}0 \\
 \phantom{0}4\phantom{0}4\phantom{0}2\phantom{0}1\phantom{0}9\phantom{0}2\phantom{0}8 \\
 \phantom{0}5\phantom{0}8\phantom{0}9\phantom{0}5\phantom{0}9\phantom{0}0\phantom{0}4 \\
 \hline
 \mathbf{6\phantom{0}3\phantom{0}.7\phantom{0}4\phantom{0}9\phantom{0}4\phantom{0}6\phantom{0}2\phantom{0}0}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \phantom{0}7\phantom{0}8\phantom{0}9\phantom{0}3\phantom{0}.5\phantom{0}6\phantom{0}7\phantom{0}8 \\
 4\phantom{0}5\phantom{0}6\phantom{0}7\phantom{0}8\phantom{0}3\phantom{0}.8 \\
 \phantom{0}5\phantom{0}6\phantom{0}3\phantom{0}3\phantom{0}0\phantom{0}.3\phantom{0}4\phantom{0}5 \\
 + \phantom{0}2\phantom{0}9\phantom{0}.8\phantom{0}1\phantom{0}6\phantom{0}8\phantom{0}9 \\
 \phantom{0}8\phantom{0}7\phantom{0}9\phantom{0}9\phantom{0}.5\phantom{0}2 \\
 \phantom{0}4\phantom{0}6\phantom{0}7\phantom{0}.0\phantom{0}4\phantom{0}5\phantom{0}6 \\
 \hline
 \mathbf{5\phantom{0}3\phantom{0}0\phantom{0}3\phantom{0}0\phantom{0}4\phantom{0}.0\phantom{0}9\phantom{0}5\phantom{0}2\phantom{0}9}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \phantom{0}4\phantom{0}6\phantom{0}6\phantom{0}7\phantom{0}.8\phantom{0}9\phantom{0}8 \\
 \phantom{0}4\phantom{0}5\phantom{0}6\phantom{0}.7\phantom{0}8\phantom{0}0\phantom{0}2\phantom{0}3 \\
 \phantom{0}3\phantom{0}4\phantom{0}.5\phantom{0}8\phantom{0}9\phantom{0}1\phantom{0}2\phantom{0}5 \\
 + \phantom{0}5\phantom{0}.4\phantom{0}6\phantom{0}7\phantom{0}8\phantom{0}8 \\
 \phantom{0}2\phantom{0}3\phantom{0}4\phantom{0}.4\phantom{0}6\phantom{0}7\phantom{0}8 \\
 \phantom{0}5\phantom{0}8\phantom{0}9\phantom{0}.5\phantom{0}8\phantom{0}9\phantom{0}0\phantom{0}9\phantom{0}6 \\
 \hline
 \mathbf{5\phantom{0}3\phantom{0}9\phantom{0}9\phantom{0}.7\phantom{0}7\phantom{0}2\phantom{0}1\phantom{0}3\phantom{0}1}
 \end{array}$$



$$\begin{array}{r}
 \sqrt{4 \ 8 \ 8 \ 6 \ 0 \ 1} \quad \begin{array}{r} 6 \ 9 \ 9 \\ \hline 1 \ 2 \ 9 \\ \hline 1 \ 3 \ 8 \ 9 \end{array} \\
 \underline{3 \ 6} \\
 1 \ 2 \ 8 \ 6 \\
 \underline{1 \ 1 \ 6 \ 1} \\
 1 \ 2 \ 5 \ 0 \ 1 \\
 \underline{1 \ 2 \ 5 \ 0 \ 1} \\
 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \sqrt{5 \ 6 \ 1 \ 7 \ 5 \ 0 \ .2 \ 5} \quad \begin{array}{r} 7 \ 4 \ 9 \ .5 \\ \hline 1 \ 4 \ 4 \\ \hline 1 \ 4 \ 8 \ 9 \\ \hline 1 \ 4 \ 9 \ 8 \ .5 \end{array} \\
 \underline{- \ 4 \ 9} \\
 7 \ 1 \ 7 \\
 \underline{- \ 5 \ 7 \ 6} \\
 1 \ 4 \ 1 \ 5 \ 0 \\
 \underline{- \ 1 \ 3 \ 4 \ 0 \ 1} \\
 0 \ 7 \ 4 \ 9 \ .2 \ 5 \\
 \underline{7 \ 4 \ 9 \ .2 \ 5} \\
 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \sqrt{3 \ 6 \ 7 \ 2 \ 3 \ 6} \quad \begin{array}{r} 6 \ 0 \ 6 \\ \hline 1 \ 2 \ 0 \\ \hline 1 \ 2 \ 0 \ 6 \end{array} \\
 \underline{- \ 3 \ 6} \\
 0 \ 7 \ 2 \\
 \underline{- \ 0 \ 0 \ 0} \\
 7 \ 2 \ 3 \ 6 \\
 \underline{7 \ 2 \ 3 \ 6} \\
 0 \ 0 \ 0 \ 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \sqrt{1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 2 \ 5} \quad \begin{array}{r} 1 \ 0 \ 0 \ 5 \\ \hline 2 \ 0 \\ \hline 2 \ 0 \ 0 \\ \hline 2 \ 0 \ 0 \ 5 \end{array} \\
 \underline{- \ 1} \\
 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \\
 \underline{- \ 0 \ 0 \ 0} \\
 1 \ 0 \ 0 \ 2 \ 5 \\
 \underline{- \ 1 \ 0 \ 0 \ 2 \ 5} \\
 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0
 \end{array}$$



### JERARQUÍA DE LAS OPERACIONES

$$5 + (3 + 1)^2 = 5 + (4)^2 = 5 + 16 = 21$$

$$5 \times 4^2 - 8 \times 2 + 5 = 5 \times 16 - 8 \times 2 + 5 = 80 - 16 + 5 = 69$$

$$5(2^2 - 5) + 4 \times 3^2 - 15 \times 2 = 5(4 - 5) + 4 \times 9 - 15 \times 2 = 5(-1) + 36 - 30 = -5 + 36 - 30 = 1$$

$$5 + [-2(-1 + 3)]^2 = 5 + [-2(2)]^2 = 5 + [-4]^2 = 5 + 16 = 21$$

$$4 - \frac{2[5 - 2(4 - 2)]}{2} = 4 - \frac{2[5 - 2(2)]}{2} = 4 - \frac{2[5 - 4]}{2} = 4 - \frac{2[1]}{2} = 4 - \frac{2}{2} = 4 - 1 = 3$$

$$12 - 2(6 - 3)^2 \div 3 = 12 - 2(3)^2 \div 3 = 12 - 2(9) \div 3 = 12 - 18 \div 3 = 12 - 6 = 6$$

$$6^3 - 18 \times 3 + \frac{\sqrt{225}}{5} - 16 + \sqrt{\frac{625}{25}} = 216 - 18 \times 3 + \frac{15}{5} - 16 + \sqrt{25} = 216 - 54 + 3 - 16 + 5 = 154$$

$$\frac{55}{6(3-2)+5} + \frac{2(3)^2}{8-2} = \frac{55}{6(1)+5} + \frac{2 \cdot 9}{8-2} = \frac{55}{11} + \frac{18}{6} = 5 + 3 = 8$$

$$\frac{(5-4) + (4-1)^2}{8 + (2-5)} = \frac{(1) + (3)^2}{8 + (-3)} = \frac{1+9}{8-3} = \frac{10}{5} = 2$$

$$\frac{\left(\frac{9-2^3}{4}\right) + \left(\frac{(8 \times 7) \div 2^3}{2}\right)^2}{9 + (8-5)} = \frac{\left(\frac{9-8}{4}\right) + \left(\frac{56 \div 8}{2}\right)^2}{9 + (3)} = \frac{\left(\frac{1}{4}\right) + \left(\frac{7}{2}\right)^2}{9+3} = \frac{\frac{1}{4} + \frac{49}{4}}{12} = \frac{\frac{50}{4}}{12} = \frac{50}{12 \cdot 4} = \frac{50}{48} = \frac{25}{24}$$



### JERARQUÍA DE LOS SIGNOS DE AGRUPACIÓN

$$\begin{aligned} & -4 [ 8 \div (- 11 + 7 ) ] + 3 ( -2 + 6 ) = \\ & -4[8 \div (-4)] + 3(4) = \\ & -4[-2] + 12 = \\ & 8 + 12 = 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -12 \div [ -4( 5 - 3 ) - 2 ( - 23 + 21 ) ] = \\ & -12 \div [ -4( 2 ) - 2 ( - 2 ) ] = \\ & -12 \div [ -8 + 4 ] = \\ & -12 \div [ - 4 ] = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 5 ( - 16 \div 4 - 13 ) - 3 ( -7 + 15 ) = \\ & 5 ( - 4 - 13 ) - 3 ( 8 ) = \\ & 5 ( - 17 ) - 24 = \\ & -85 - 24 = - 109 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & [ - 10 \div (17-12) + 2 (-8 + 5) ] - 15 = \\ & [ - 10 \div (5) + 2 (-3) ] - 15 = \\ & - 2 - 6 - 15 = - 23 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - 68 \div [ ( - 12 + 9 ) - 9 ( - 12 \div 3 ) + 1 ] = \\ & - 68 \div [ ( - 3 ) - 9 ( - 4 ) + 1 ] = \\ & - 68 \div [ - 3 + 36 + 1 ] = \\ & - 68 \div [ 34 ] = -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -45 \div 5[-2+12(-7+3)]+12= \\ & -45 \div 5[-2+12(-4)]+12= \\ & -45 \div 5[-2-48]+12= \\ & -45 \div 5[-50]+12= \\ & 450 + 12 = 462 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 12 - \{ - [ 5 - 3 ( 4 + 2 ) + 7 ] - 8 \} \\ & 12 - \{ - [ 5 - 3 ( 6 ) + 7 ] - 8 \} \\ & 12 - \{ - [ 5 - 18 + 7 ] - 8 \} \\ & 12 - \{ - [ -6 ] - 8 \} \\ & 12 - \{ +6 - 8 \} \\ & 12 - \{ -2 \} \\ & 12 + 2 = 14 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} & - \{ 4x - [ 4 - ( 3 - 2x ) ] + 5x \} = \\ & - \{ 4x - [ 4 - 3 + 2x ] + 5x \} = \\ & - \{ 4x - [ 1 + 2x ] + 5x \} = \\ & - \{ 4x - [ 1 + 2x ] + 5x \} = \\ & - \{ 4x - 1 - 2x + 5x \} = \\ & - \{ 7x - 1 \} = \\ & - 7x + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 21 - \{ 40 - [ 5 + 2^2 (\sqrt{64} \div 2 + 1) ] \} = \\ & 21 - \{ 40 - [ 5 + 2^2 (8 \div 2 + 1) ] \} = \\ & 21 - \{ 40 - [ 5 + 4(5) ] \} = \\ & 21 - \{ 40 - [ 5 + 20 ] \} = \\ & 21 - \{ 40 - [ 25 ] \} = \\ & 21 - \{ 40 - 25 \} = \\ & 21 - \{ 15 \} = \\ & 21 - 15 = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 31 - \{ \sqrt{4}(6-1) + [(12 \div 3) \times 7 - (6^2 - 30)] - 2 \} = \\ & 31 - \{ 2(6-1) + [(12 \div 3) \times 7 - (36 - 30)] - 2 \} = \\ & 31 - \{ 2(5) + [(4) \times 7 - (6)] - 2 \} = \\ & 31 - \{ 10 + [4 \times 7 - 6] - 2 \} = \\ & 31 - \{ 10 + [28 - 6] - 2 \} = \\ & 31 - \{ 10 + [22] - 2 \} = \\ & 31 - \{ 10 + 22 - 2 \} = \\ & 31 - \{ 30 \} = 31 - 30 = 1 \end{aligned}$$



### POTENCIAS

$$\frac{15^4}{5^4} = \left(\frac{15}{5}\right)^4 = 3^4 = 81$$

$$\frac{12^3}{4^3} = \left(\frac{12}{4}\right)^3 = (3)^3 = 27$$

$$\frac{8^5}{4^5} = \left(\frac{8}{4}\right)^5 = 2^5 = 32$$

$$\frac{5^4}{10^4} = \left(\frac{5}{10}\right)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$$

$$5^2 \cdot \left(\frac{1}{15}\right)^2 = \left(\frac{5}{15}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

$$(-4)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 = -\left(\frac{4 \cdot 3}{4}\right)^3 = -3^3 = -27$$

$$10^2 \cdot \left(-\frac{1}{15}\right)^2 = \left(-\frac{10}{15}\right)^2 = \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$\frac{6^4 \cdot 3^4}{9^4} = \left(\frac{6 \cdot 3}{9}\right)^4 = 2^4 = 16$$

$$\frac{2^5 \cdot 3^5}{6^5} = \left(\frac{2 \cdot 3}{6}\right)^5 = 1^5 = 1$$

$$\frac{3^3 \cdot 3^3}{12^3} = \frac{3^3 \cdot 3^3}{4^3 \cdot 3^3} = \frac{27}{64}$$

$$\frac{5^7 \cdot 4^7}{(-20)^7} = \left(\frac{5 \cdot 4}{-20}\right)^7 = (-1)^7 = -1$$



$$\frac{4^2 \cdot (-3)^2}{18^2} =$$

$$\left(\frac{4 \cdot (-3)}{18}\right)^2 = \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$\frac{(-6)^5 \cdot (-3)^5}{36^5} =$$

$$\left(\frac{(-6)(-3)}{36}\right)^5 = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}$$

$$\frac{\left(5^{-1} + \frac{1}{4}\right)}{\left(-\frac{2}{3}\right)^0 - \left(\frac{9}{5}\right)\left(-\frac{9}{2}\right)^{-2}} =$$

$$\frac{\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{4}\right)}{1 - \frac{9}{5}\left(-\frac{2}{9}\right)^2} = \frac{\left(\frac{4+5}{20}\right)}{1 - \frac{9}{5}\left(\frac{4}{81}\right)} = \frac{\frac{9}{20}}{1 - \frac{4}{45}} = \frac{\frac{9}{20}}{\frac{45-4}{45}} = \frac{\frac{9}{20}}{\frac{41}{45}} = \frac{9 \cdot 45}{20 \cdot 41} = \frac{405}{820} = \frac{81}{164}$$

### FRACCIONES

$$2 - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) =$$

$$2 - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) = 2 - \left(\frac{5}{20} + \frac{4}{20}\right) = 2 - \frac{5+4}{20} = 2 - \frac{9}{20} = \frac{40-9}{20} = \frac{31}{20}$$

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right) - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6}\right) =$$

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right) - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6}\right) = \left(\frac{5}{15} + \frac{6}{15}\right) - \left(\frac{3}{12} + \frac{2}{12}\right) = \frac{5+6}{15} - \frac{3+2}{12} = \frac{11}{15} - \frac{5}{12} = \frac{44}{60} - \frac{25}{60} = \frac{44-25}{60} = \frac{19}{60}$$

$$\left(1 - \frac{1}{10}\right) + \left(2 + \frac{3}{4}\right) =$$

$$\left(1 - \frac{1}{10}\right) + \left(2 + \frac{3}{4}\right) = \frac{9}{10} + \frac{11}{4} = \frac{18}{20} + \frac{55}{20} = \frac{18+55}{20} = \frac{73}{20}$$



$$\frac{27}{4} + \frac{5}{12} - 1 =$$

$$\frac{27}{4} + \frac{5}{12} - 1 = \frac{27}{4} + \frac{5}{12} - \frac{1}{1} = \frac{81}{12} + \frac{5}{12} - \frac{12}{12} = \frac{81+5-12}{12} = \frac{86-12}{12} = \frac{74}{12} = \frac{37}{6}$$

$$2 + \frac{1}{3} - \left(1 + \frac{1}{16}\right) =$$

$$2 + \frac{1}{3} - \left(1 + \frac{1}{16}\right) = 2 + \frac{1}{3} - 1 - \frac{1}{16} = 1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{16} = \frac{4}{3} - \frac{1}{16} = \frac{64}{48} - \frac{3}{48} = \frac{64-3}{48} = \frac{61}{48}$$

$$\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{5}}{\frac{3}{4} - \frac{1}{2}} =$$

$$\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{5}}{\frac{3}{4} - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{5}{10} + \frac{2}{10}}{\frac{3}{4} - \frac{2}{4}} = \frac{\frac{5+2}{10}}{\frac{3-2}{4}} = \frac{\frac{7}{10}}{\frac{1}{4}} = \frac{7 \cdot 4}{10 \cdot 1} = \frac{28}{10} = \frac{14}{5}$$

$$\frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{1}{5} - \frac{1}{8}} =$$

$$\frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{1}{5} - \frac{1}{8}} = \frac{\frac{8}{12} + \frac{3}{12}}{\frac{8}{40} - \frac{5}{40}} = \frac{\frac{8+3}{12}}{\frac{8-5}{40}} = \frac{\frac{11}{12}}{\frac{3}{40}} = \frac{11 \cdot 40}{12 \cdot 3} = \frac{440}{36} = \frac{110}{9}$$



$$\frac{4 \frac{1}{3} - \frac{4}{5}}{\frac{2}{3} - \frac{1}{4}} =$$

$$\frac{4 \frac{1}{3} - \frac{4}{5}}{\frac{2}{3} - \frac{1}{4}} = \frac{4 \frac{4}{30} - \frac{4}{5}}{\frac{8-3}{12}} = \frac{\frac{40-4}{30} - \frac{36}{30}}{\frac{5}{12}} = \frac{\frac{36-12}{30}}{\frac{5}{12}} = \frac{24}{30 \cdot 5} = \frac{4}{25}$$

$$\frac{5 \frac{1}{8} - \frac{6}{5}}{\frac{9}{10} - \frac{5}{8}} =$$

$$\frac{5 \frac{1}{8} - \frac{6}{5}}{\frac{9}{10} - \frac{5}{8}} = \frac{5 \frac{6}{40} - \frac{6}{5}}{\frac{36-25}{40}} = \frac{\frac{25-6}{40} - \frac{19}{40}}{\frac{11}{40}} = \frac{19-40}{11 \cdot 40} = \frac{19}{11}$$

$$\frac{7}{12} - \left[ 1 - \left( \frac{2}{3} - \frac{3}{4} \right) \right] =$$

$$\frac{7}{12} - \left[ 1 - \frac{8-9}{12} \right] = \frac{7}{12} - \left[ 1 + \frac{1}{12} \right] = \frac{7-12-1}{12} = -\frac{6}{12} = -\frac{1}{2}$$

$$\left( \frac{2}{3} - \frac{1}{5} \right) - \left[ \frac{7}{12} - \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right) \right] =$$

$$\frac{10-3}{15} - \left[ \frac{7}{12} - \frac{5+3}{15} \right] = \frac{7}{15} - \left[ \frac{7}{12} - \frac{8}{15} \right] = \frac{7}{15} - \frac{7}{12} + \frac{8}{15} = \frac{15-7}{15} - \frac{7}{12} = 1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$$

$$\left[ 1 - \left( \frac{2}{3} + \frac{3}{4} \right) \right] - \left[ \frac{5}{12} - \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{8} \right) \right] =$$

$$\left[ 1 - \frac{17}{12} \right] - \left[ \frac{5}{12} - \frac{5}{24} \right] = \frac{12-17}{12} - \frac{10-5}{24} = -\frac{5}{12} - \frac{5}{24} = \frac{-10-5}{24} = -\frac{15}{24} = -\frac{5}{8}$$



$$\left[ \frac{2}{5} - \left( 1 - \frac{1}{8} \right) \right] + \left[ \frac{3}{4} - \left( \frac{2}{5} - \frac{3}{10} \right) \right] =$$

$$\left[ \frac{2}{5} - \frac{8-1}{8} \right] + \left[ \frac{3}{4} - \frac{4-3}{10} \right] = \frac{2}{5} - \frac{7}{8} + \frac{3}{4} - \frac{1}{10} = \frac{16-35+30-4}{40} = \frac{7}{40}$$

$$\left[ \left( \frac{5}{3} - 1 \right) + \left( \frac{2}{5} - \frac{1}{3} \right) \right] - \left[ \left( 2 - \frac{7}{6} \right) - \left( \frac{3}{4} - \frac{1}{3} \right) \right] =$$

$$\left[ \frac{2}{3} + \frac{1}{15} \right] - \left[ \frac{5}{6} - \frac{5}{12} \right] = \frac{10+1}{15} - \frac{10-5}{12} = \frac{11}{15} - \frac{5}{12} = \frac{44-25}{60} = \frac{19}{60}$$

En una clase hay 10 alumnas y 14 alumnos. ¿Qué fracción de la clase representan las alumnas? ¿Y los alumnos?

10 alumnas

$$x = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$$

14 alumnos

$$x = \frac{14}{24} = \frac{7}{12}$$

En una encuesta para identificar que tan satisfechos están los comensales,  $\frac{1}{2}$  de las personas encuestadas afirman que les gusta el café;  $\frac{1}{3}$  declaran que no les gusta, y el resto, no contestan. ¿Qué fracción de los encuestados contestan? ¿Qué fracción no contestan?

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = x$$

$$\frac{3+2}{6} = x$$

$$x = \frac{5}{6}$$

Contestaron  $\frac{5}{6}$

No quisieron dar una respuesta  $\frac{1}{6}$



En una huerta hay  $4800\text{m}^2$  dedicados al cultivo del maíz, lo que supone  $\frac{3}{5}$  de la superficie total. ¿Cuál es la superficie total de la huerta?

$$4800\text{m}^2 = \frac{3}{5}x$$

$$x = \frac{4800 \cdot 5}{3} = 8000\text{m}^2$$

Un agricultor riega por la mañana  $\frac{2}{5}$  de un campo. Por la tarde riega el resto, que son  $6000\text{m}^2$ . ¿Cuál es la superficie del campo?

$$6000\text{m}^2 = \frac{3}{5}x$$

$$x = \frac{6000 \cdot 5}{3} = \frac{30000}{3} = 10000\text{m}^2$$

Un estanque de riego se ha llenado por la noche. Por la mañana se consumen  $\frac{3}{8}$  de su capacidad, y por la tarde,  $\frac{1}{5}$  de la misma. ¿Qué fracción de estanque se ha consumido en el día? ¿Qué fracción queda?

$$1 - \frac{3}{8} = \frac{8}{8} - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{5}{8} - \frac{1}{5} = \frac{25}{40} - \frac{8}{40} = \frac{17}{40}$$

Se ha consumido  $\frac{23}{40}$  del estanque y queda  $\frac{17}{40}$

Tres cuartos de kilo de queso cuestan 870 pesos. ¿Cuánto cuesta un kilo?

$$870 \text{ pesos} = \frac{3}{4}x$$

$$x = \frac{870 \cdot 4}{3} = \frac{3480}{3} = 1160 \text{ pesos}$$



¿Cuántos habitantes tiene una población sabiendo que los menores de quince años son 2 800 y suponen los  $\frac{2}{7}$  del total?

$$\frac{2}{7}x = 2800$$

$$x = \frac{2800 \cdot 7}{2} = \frac{19600}{2} = 9800$$

En una clase,  $\frac{5}{6}$  de los alumnos han aprobado una prueba de matemáticas. Si  $\frac{1}{5}$  de los aprobados tienen calificación de notable, ¿qué fracción del total son notables? ¿Cuántos han obtenido notable si la clase tienen 30 alumnos?

30 alumnos representan  $\frac{6}{6}$ , si solo pasaron  $\frac{5}{6}$ , aplicamos una regla de tres

$$30 = \frac{6}{6}$$

$$x = \frac{5}{6}$$

$$x = \frac{30 \cdot \frac{5}{6}}{\frac{6}{6}} = \frac{150}{6} = \frac{150 \cdot 6}{6 \cdot 6} = \frac{150}{6} = 25$$

de 25 alumnos, solo  $\frac{1}{5}$  su calificación fue notable

$$25 = \frac{5}{5}$$

$$x = \frac{1}{5}$$

$$x = \frac{25 \cdot \frac{1}{5}}{\frac{5}{5}} = \frac{25}{5} = \frac{5}{1} = 5$$

En fracción

$$30 = \frac{6}{6}$$

$$5 = x$$

$$x = \frac{\frac{6}{6} \cdot 5}{\frac{30}{30}} = \frac{30 \cdot 1}{30 \cdot 6} = \frac{1}{6}$$



5 alumnos han obtenido calificación de notable.

Notables  $\frac{1}{6}$

En una carrera ciclista, durante la primera semana se retiran  $\frac{2}{13}$  de los corredores. Durante la segunda semana abandonan  $\frac{3}{11}$  de los que quedaban. ¿Qué fracción de los ciclistas quedan en carrera después de los quince primeros días? ¿Cuántos quedan si inicialmente eran 117 los participantes?

117 participantes representan el 100% ó  $\frac{13}{13}$ ,

Primera semana

$$\frac{13}{13} - \frac{2}{13} = \frac{11}{13}$$

Mediante regla de tres podemos saber cuántos quedan

$$\begin{aligned} 117 &= \frac{13}{13} \\ x &= \frac{11}{13} \\ x &= \frac{117 \cdot \frac{11}{13}}{\frac{13}{13}} \\ x &= \frac{\frac{1287}{13}}{\frac{13}{13}} = \frac{1287 \cdot 13}{13 \cdot 13} = \frac{1287}{13} = 99 \end{aligned}$$

99 participantes representan el 100% ó  $\frac{11}{11}$ ,

$$\frac{11}{11} - \frac{3}{11} = \frac{8}{11}$$

Mediante regla de tres podemos saber cuántos quedan

$$99 = \frac{11}{11} \quad x = \frac{3}{11}$$

$$x = \frac{99 \cdot \frac{3}{11}}{\frac{11}{11}}$$

$$x = \frac{\frac{297}{11}}{\frac{11}{11}} = \frac{297 \cdot 11}{11 \cdot 11} = \frac{297}{11} = 27$$

$$99 - 27 = 72$$



$$117 = \frac{13}{13}$$
$$72 = x$$

$$x = \frac{72 \cdot \frac{13}{13}}{117} = \frac{72}{\frac{117}{3}} = \frac{24}{\frac{39}{3}} = \frac{8}{13}$$

Quedan  $\frac{8}{13}$ , quedan 72 corredores

Tengo 300 pesos. Las tres cuartas partes las he gastado en un regalo. El resto lo he guardado para el fin de semana. ¿Cuánto gasté en el regalo? ¿Cuánto guardé?

$$\frac{3}{4} \text{ de } 300 \text{ pesos } = \frac{3 \cdot 300}{4} = \frac{900}{4} = 225 \text{ pesos}$$
$$\frac{1}{4} \text{ de } 300 \text{ pesos } = \frac{1 \cdot 300}{4} = \frac{300}{4} = 75 \text{ pesos}$$

$$300 \text{ pesos} - 225 \text{ pesos} = 75 \text{ pesos}$$

Gasto 225 pesos y guardo 75 pesos

A la celebración de una boda asistieron 630 personas. Las cinco séptimas partes eran personas adultas. ¿Cuántos menores participaron en la celebración?

$$\frac{2}{7} \text{ de } 630 \text{ personas } = \frac{2 \cdot 630}{7} = \frac{1260}{7} = 180 \text{ menores}$$
$$\frac{5}{7} \text{ de } 630 \text{ personas } = \frac{5 \cdot 630}{7} = \frac{3150}{7} = 450 \text{ adultos}$$

Se ha realizado una encuesta sobre las preferencias deportivas de 475 personas.

Tres quintas partes de las personas entrevistadas prefieren el fútbol. ¿Cuántas personas prefieren el fútbol?

$$\frac{3}{5} \text{ de } 475 \text{ personas } = \frac{3 \cdot 475}{5} = \frac{1425}{5} = 285 \text{ fútbol}$$

En una bolsa tenemos bolas rojas y bolas verdes. Las dos terceras son bolas rojas y las bolas verdes son 30.

¿Cuántas bolas hay en la bolsa?

$$\frac{1}{3} \text{ de } x \text{ bolas} = 30 \text{ bolas verdes. } \frac{1 \cdot x}{3} = 30$$

$$x = 30 \cdot 3 = 90$$

En la bolsa hay 90 bolas

En un pueblo de 1524 habitantes,  $\frac{5}{12}$  de la población son menores de edad. ¿Cuántos mayores de edad hay?

$$\frac{5}{12} \text{ de } 1524 \text{ habitantes } = \frac{5 \cdot 1524}{12} = \frac{7620}{12} = 635 \text{ menores de edad}$$

$$1524 - 635 = 889 \text{ mayores de edad}$$



$$\frac{7}{12} \text{ de } 1524 \text{ habitantes } \frac{7 \cdot 1524}{12} = \frac{10680}{12} = 889 \text{ mayores de edad}$$

**Juan ha leído dos novenas partes de un libro**

**a) ¿Qué fracción le falta por leer?**

$$1 - \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$$

**b) Si el libro tiene 459 páginas, ¿cuántas le quedan para acabar el libro?**

$$\frac{7}{9} \text{ de } 459 \text{ páginas } \frac{7 \cdot 459}{9} = \frac{3213}{9} = 357 \text{ es el número de páginas por leer}$$

**Para llegar a nuestro destino de vacaciones, hemos recorrido por la mañana  $\frac{2}{3}$  del camino; por la tarde,  $\frac{2}{3}$  de lo que faltaba, y aún nos quedan 30km para llegar. ¿Cuál es la distancia total a la que está dicho destino?**

Si recorremos  $\frac{2}{3}$  del total, queda  $\frac{1}{3}$

En la tarde recorremos  $\frac{2}{3}$  de la tercera parte

$$\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{9}$$
$$\frac{2}{3} + \frac{2}{9} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 3} + \frac{2}{9} = \frac{6}{9} + \frac{2}{9} = \frac{8}{9}$$

Nos falta por recorrer  $\frac{1}{9}$ , equivalente a 30km

$$9(30) = 270 \text{ km}$$

Por lo tanto, el destino está a 270km

**Luis, Ana y Juan quieren comprar un regalo de cumpleaños que cuesta 27 pesos. Luis aporta  $\frac{2}{5}$  del precio total;**

**Ana  $\frac{1}{3}$  y Juan, el resto. ¿Cuánto dinero pone cada uno?**

$$\text{Luis } \frac{2}{5} \text{ de } 27 \quad \frac{2 \cdot 27}{5} = 10.8 \text{ pesos}$$

$$\text{Ana } \frac{1}{3} \text{ de } 27 \quad \frac{1 \cdot 27}{3} = 9 \text{ pesos}$$

$$\text{Juan } 27 - (10.8 + 9) = 27 - 19.8 = 7.2 \text{ pesos}$$



### MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO Y MÁXIMO COMÚN DIVISOR

Rebeca va a entregar las invitaciones para su cumpleaños en un sobre (en cada sobre una invitación). En la tienda, las cajas de invitaciones son de 15 unidades y las cajas de sobres son de 20 unidades.

Calcular el número mínimo de cajas de cada producto para que haya el mismo número de invitaciones y de sobres.

Como el número de invitaciones tiene que ser el mismo que el de sobres, este número tiene que ser múltiplo de 15 y de 20.

Además, en el problema se pide que este número sea el mínimo.

Por tanto, tenemos que calcular el mínimo común múltiplo de 15 y de 20.

Descomponemos los números en primos:

15	20		2
<hr/>			
15	10		2
15	5		3
5	5		5
1	1		

El m.c.m. =  $2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$

Rebeca debe comprar 4 cajas de invitaciones y 3 cajas de sobres.

Roberto quiere cortar dos listones de madera en partes iguales para enrollarlos en plástico y guardarlos (todos deben medir lo mismo). Pero quiere cortarlos lo más largo posible para no desaprovecharlos. Si los listones miden 246cm y 328cm, ¿cuánto deben medir los trozos?

**Solución:**

La longitud de los trozos debe dividir las longitudes de los dos listones y, además, ser lo más grande posible.

246	328		2
<hr/>			
123	164		2
123	82		2



123	41		3
41	41		<b>41</b>

$$\text{M.C.D} = 2 \times 41 = 82$$

La longitud de los trozos debe ser 82cm cada uno

**Daniel va a construir un prisma rectangular de dimensiones 60x12x18 cm (altura, anchura y profundidad) con cubos iguales y con volumen máximo. ¿Cuántos cubos tiene que comprar Daniel y con qué dimensiones?**

Los cubos miden los mismo de alto, de ancho y de profundidad. Esta medida tiene que dividir a las dimensiones del prisma y tiene que ser máxima, es decir, tiene que ser el MCD de las tres medidas del prisma.

60	12	18		<b>2</b>
30	6	9		2
15	3	9		2
15	3	9		2
15	3	9		<b>3</b>
5	1	3		5
1	1	1		

$$\text{M.C.D.} = 2 \times 3 = 6$$

El prisma de Daniel requiere  $60/6 = 10$  cubos de altura,  $12/6 = 2$  cubos de anchura y  $18/6 = 3$  cubos de profundidad. En total, Daniel necesita comprar  $2 \cdot 10 \cdot 3 = 60$  cubos de 6x6x6 cm.



**Alan y Pedro comen en la misma taquería, pero Alan asiste cada 20 días y Pedro cada 38. ¿Cuándo volverán a encontrarse?**

Debemos calcular el mínimo común múltiplo.

<b>20</b>	<b>38</b>	<b>2</b>
10	19	2
5	19	5
1	19	19
	1	

$m.c.m = 2 \times 2 \times 5 \times 19 = 380$

**Por tanto, volverán a encontrarse dentro de 380 días. Es decir, dentro de más de 1 año.**

**David tiene 24 dulces para repartir y Fernando tiene 18. Si desean regalar los dulces a sus respectivos familiares de modo que todos tengan la misma cantidad y que sea la mayor posible, ¿cuántos dulces repartirán a cada persona? ¿a cuántos familiares regalará dulces cada uno de ellos?**

El número de dulces que tienen que dar a cada persona debe ser un divisor común de 24 y de 18. Además, como la cantidad debe ser máxima, debe ser el mayor divisor común.

24	18	2
12	9	2
6	9	2
3	9	3
1	3	3
1	1	

$M.C.D. = 2 \times 3 = 6$



**David tiene 24 dulces y dará 6 a cada familia, los repartirá entre 4 personas**

**Fernando tiene 18 dulces y dará 6 a cada familia, los repartirá entre 3 personas**

**Andrés tiene una cuerda de 120 metros y otra de 96 metros. Desea cortarlas de modo que todos los trozos sean iguales pero lo más largos posible.**

**¿Cuántos trozos de cuerda obtendrá?**

**¿Cuánto debe medir cada trozo?**

Para poder cortar ambas cuerdas en trozos iguales, la longitud de los trozos debe dividir la longitud de ambas cuerdas. Es decir, debe ser un divisor de 120 y de 96.

120	96	2
60	48	2
30	24	2
15	12	2
15	6	2
15	3	3
5	1	5
1	1	

$$\text{M.C.D.} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$$

El M.C.D. se calcula multiplicando los factores «comunes al menor exponente»:

**Por tanto, todos los trozos de cuerda deben medir 24 metros. De la cuerda de 120 metros obtendrá  $120/24 = 5$  trozos y de la cuerda de 96 metros obtendrá  $96/24 = 4$  trozos.**

**En un vecindario, un camión de helados pasa cada 8 días y un camión restaurante pasa cada dos semanas. Se sabe que 15 días atrás ambos vehículos pasaron en el mismo día.**

**Raúl cree que dentro de un mes los vehículos volverán a encontrarse y Oscar cree esto ocurrirá dentro de dos semanas. ¿Quién está en lo cierto?**

Calculamos cada cuánto coinciden los vehículos sin tener en cuenta la última vez que coincidieron. Para ello, debemos calcular el m.c.m. de 8 y 14.



8	14	2
4	7	2
2	7	2
1	7	7
1	1	

$$\text{m.c.m.} = 2 \times 2 \times 2 \times 7 = 56$$

Por tanto, los vehículos coinciden cada 56 días. Pero como el primer día que coincidieron fue hace 15 días, el próximo encuentro será dentro de  $56 - 15 = 41$  días.  
Ninguno de los dos tiene la razón.

En la tienda de Manuel hay una caja con 12 naranjas y otra con 18 peras. Manuel quiere distribuir las frutas en cajas más pequeñas de forma que: todas las cajas tengan el mismo número de frutas, cada caja sólo puede tener peras o naranjas y las cajas deben ser lo más grande posible.  
¿Cuántas frutas debe haber en cada caja?

Como la capacidad de todas las cajas tiene que ser la misma, tenemos que elegir entre los divisores de 12 y los de 18 (divisor común).

12	18	2
6	9	2
3	9	3
1	3	3
1	1	

$$\text{M.C.D.} = 2 \times 3 = 6$$

Cada caja debe contener 6 frutas

En el aeropuerto de México sale un avión a Madrid cada 30 minutos, uno a Bogotá cada 20 minutos y otro a Lima cada 50 minutos. Si a las 00:00h comienza la programación de los vuelos, ¿a qué hora del día despegan 3 aviones al mismo tiempo con destino distinto?  
¿cuántas veces al día se da la misma situación (hasta las 24:00h)?



20	30	50	2
10	15	25	2
5	15	25	3
5	5	25	5
1	1	5	5
1	1	1	

$$\text{m.c.m.} = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 = 120$$

Por tanto, cada 300 minutos (5 horas) coinciden los despegues a los tres destinos.

La primera coincidencia se produce a las 05:00h. Las siguientes son a las 10:00h, a las 15:00h y a las 20:00h.

Un total de 4 veces al día.

Ana, Berenice y Cecilia, acudían a un club cada 15 días, hasta que se enojaron, razón por la cual Ana y Berenice decidieron ir cada 10 y 14 días respectivamente, pretendiendo no volver a encontrarse las tres. ¿Cuántas veces se encuentran las tres en un año?

El día del primer encuentro de las tres, ¿cuántas veces se habrán encontrado antes Ana y Berenice?

15	10	14	2
15	5	7	3
5	5	7	5
1	1	7	7
1	1	1	

$$\text{m. c. m.} = 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$$



Las tres se encuentran cada 210 días, una vez al año

10	14	2
5	7	5
1	7	7
1	1	

m. c. m. =  $2 \times 5 \times 7 = 70$

Ana y Berenice, se han encontrado dos veces, antes de encontrarse con Cecilia

#### NOTACIÓN CIENTÍFICA

$$4.5043 \times 10^7 = 45043000$$

$$500 = 5 \times 10^2$$

$$1200 = 1.2 \times 10^3$$

$$0.02 = 2 \times 10^{-2}$$

$$25600 = 2.56 \times 10^4$$

$$520000 = 5.2 \times 10^5$$

$$0.0005 = 5 \times 10^{-4}$$

$$4038000000000 = 4.038 \times 10^{12}$$

$$0.00053 = 5.3 \times 10^{-4}$$

$$0.000000043 = 4.3 \times 10^{-8}$$

$$7 \times 10^3 = 7000$$

$$0.001 = 1 \times 10^{-3}$$

$$5 \times 10^{-2} = 0.05$$

$$2.53 \times 10^4 = 25300$$

$$25000 = 2.5 \times 10^4$$

$$8.7 \times 10^{-4} = 0.00087$$

$$4.431 \times 10^{-6} = 0.000004431$$

$$0.000000004038 = 4.038 \times 10^{-10}$$



### OPERACIONES CON NOTACIÓN CIENTÍFICA

$$3 \times 10^3 + 5 \times 10^3 = 300 + 5000 = 5300 = 5.3 \times 10^3$$

$$3.75 \times 10^4 + 5.2 \times 10^2 = 37500 + 520 = 38020 = 3.802 \times 10^4$$

$$4.2 \times 10^5 + 3.75 \times 10^4 = 420000 + 37500 = 457500 = 4.575 \times 10^5$$

$$7 \times 10^{-2} - 5 \times 10 = 0.07 - 50 = -49.93 \text{ ó } -4.993 \times 10^1$$

$$-5.4 \times 10^{-3} + 2 \times 10 = -0.0054 + 20 = 19.9946 \text{ ó } 1.99946 \times 10^1$$

$$(6.2 \times 10^{-3})(3.7 \times 10^5) = (6.2 \times 3.7) \times (10^{-3} \times 10^5) = 23.088 \times 10^2 = 23.088 \times 10^3$$

$$(2 \times 10^3)(3 \times 10^5) = (2 \times 3) \times (10^3 \times 10^5) = 6 \times 10^{3+5} = 6 \times 10^8$$

$$(4 \times 10^2)(2 \times 10^4) = (4 \times 2) \times (10^2 \times 10^4) = 8 \times 10^{2+4} = 8 \times 10^6$$

$$(3.6 \times 10^6) \div (2 \times 10^2) = (3.6 \div 2) \times (10^6 \div 10^2) = 1.8 \times 10^4$$

$$(6 \times 10^6)(4 \times 10^4) = (6 \times 4) \times (10^6 \times 10^4) = 24 \times 10^{6+4} = 24 \times 10^{10} = 2.4 \times 10^{11}$$

$$\frac{6 \times 10^9}{2 \times 10^5} = \frac{6}{2} \times \frac{10^9}{10^5} = 3 \times \frac{10^9}{10^5} = 3 \times 10^{9-5} = 3 \times 10^4$$

$$\frac{(2.4 \times 10^9)(2 \times 10^{-3})^2}{(3 \times 10^{-2})(7.28 \times 10^5)^0} = \frac{(2.4 \times 10^9)(4 \times 10^{-6})}{(3 \times 10^{-2})(1)} = \frac{(2.4 \times 4)(10^9 \times 10^{-6})}{3 \times 10^{-2}} = \frac{9.6 \times 10^3}{3 \times 10^{-2}} = 3.2$$



### PORCENTAJES

**Ejemplo 1.** Jorge está por terminar su carrera y en febrero se gradúa, quiere comprarse un traje de \$3200 para su fiesta. ¿Cuál de las siguientes opciones es la mejor para comprar el traje?

**Opción 1.** En diciembre le devuelven el 27% en efectivo al pagar en cajas.

Dividimos el porcentaje entre  
100

$$\frac{27}{100} = 0.27$$

Lo multiplicamos por el costo  
real.

$$\begin{array}{r} 3200 \\ \times 0.27 \\ \hline 22400 \\ 6400 \\ \hline 864.00 \end{array}$$

Restamos el costo real menos el  
resultado de la multiplicación.

$$\begin{array}{r} 3200 \\ - 864 \\ \hline 2336 \end{array}$$

**Opción 2.** En enero del 1 al 15 todos los trajes tienen una etiqueta con el 20% de descuento, y al pagar en caja le aplican otro descuento del 15%.

Dividimos el porcentaje entre  
100

$$\frac{20}{100} = 0.20$$

Lo multiplicamos por el costo

$$\begin{array}{r} 3200 \\ \times 0.20 \\ \hline 0000 \\ 6400 \\ \hline 640.00 \end{array}$$

Restamos el costo real menos el  
resultado de la multiplicación.

$$\begin{array}{r} 3200 \\ - 640 \\ \hline 2560 \end{array}$$

A 2560 le tenemos que aplicar  
el 15%.

$$\frac{15}{100} = 0.15$$
$$\begin{array}{r} 2560 \\ \times 0.15 \\ \hline 12800 \\ 2560 \\ \hline 384.00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2560 \\ - 384 \\ \hline 2176 \end{array}$$

**Opción 3.** Los días 27, 28 y 29 de enero el traje tiene el 35% de descuento.



Dividimos el porcentaje entre  
100

$$\frac{35}{100} = 0.35$$

Lo multiplicamos por el costo

$$\begin{array}{r} 3200 \\ \times 0.35 \\ \hline 16000 \\ 9600 \\ \hline 1120.00 \end{array}$$

Restamos el costo real menos el  
resultado de la multiplicación.

$$\begin{array}{r} 3200 \\ - 1120 \\ \hline 2080 \end{array}$$

Opción 1      \$2336  
Opción 2      \$2176  
Opción 3      \$2080

**La mejor oferta es la 3, es donde pagara menos.**

**Un concesionario tiene 120 coches, el 35% de ellos son blancos y el 5% rojos. ¿Cuántos coches hay de cada color?**

Tenemos que calcular el 35% y el 5% de 120.  
Como el total de coches es 120, lo identificamos con el 100%.

**Coches blancos:**

Aplicamos una regla de tres:

$$x = \frac{35 \cdot 120}{100} = 42$$

**Coches rojos:**

Aplicamos una regla de tres:

$$x = \frac{5 \cdot 120}{100} = 6$$

**Tiene 42 coches blancos y 6 coches rojos.**

**En el colegio A, les gusta el rock a 12 de sus 60 alumnos. En el colegio B, les gusta el rock a 18 de sus 120 alumnos. ¿A qué porcentaje de alumnos les gusta el rock en cada colegio? ¿En qué colegio gusta más el rock?**

Calculamos el porcentaje de alumnos a los que les gusta el rock en cada colegio para poder comparar la proporción.



Colegio A:  
60 alumnos el 100%  
12 alumnos que porcentaje representa

$$x = \frac{12 \cdot 100}{60} = 20\%$$

Colegio B:  
120 alumnos el 100%  
18 alumnos que porcentaje representa

$$x = \frac{18 \cdot 100}{120} = 15\%$$

Por tanto, el rock gusta más en el colegio A.

**De los 684 lanzamientos que realizó Alberto, falló 513. ¿Qué porcentaje de lanzamientos fallidos tiene Alberto?**

Identificamos 684 con el 100%  
513 que porcentaje representa

$$x = \frac{513 \cdot 100}{684} = 75\%$$

El porcentaje de lanzamientos fallidos de Alberto es el 75%.

**Lara acertó el 85% de las preguntas del test de inglés. Si el test tenía un total de 160 preguntas, ¿en cuántas preguntas no acertó?**

Identificamos 160 con el 100%.

Como acertó el 85%, no acertó el 15% porque la suma de aciertos y no aciertos debe ser el total de preguntas.

Por tanto, calculamos el 15% de 160:

$$x = \frac{15 \cdot 160}{100} = 24$$

Lara no acertó 24 preguntas.



**El 18% de los árboles del jardín de la plaza mayor son almendros y el resto son naranjos. Si en la plaza 45 almendros, ¿cuánto árboles hay en total en la plaza?**

Sólo tenemos que identificar el 18% con 45 para calcular el 100%:

$$x = \frac{45 \cdot 100}{18} = 250$$

En la plaza hay un total de 250 árboles.

**El sueldo mensual de Jonatan es de 1000 pesos y si le ascienden al rango máximo de la empresa, su sueldo aumentaría un 35%. ¿Cuál sería el sueldo mensual de Jonatan si es ascendido?**

Identificamos el sueldo actual con el 100% para calcular el 35%:

$$x = \frac{35 \cdot 1000}{100} = 350$$

Es decir, si Jonatan asciende, su sueldo aumentaría 350 pesos. El sueldo mensual de Jonatan sería de 1350.

**Según un estudio de 2017, en España, 4 de cada 10 hogares tienen alguna mascota. ¿Qué porcentaje de hogares españoles tienen mascota?**

**En una población con 1600 hogares, ¿cuántos tienen mascota?**

Tenemos que identificar el 100% con 10

$$x = \frac{4 \cdot 100}{10} = 40\%$$

El 40% de los hogares españoles tienen alguna mascota.

Para responder a la segunda pregunta tenemos que calcular el 40% de 1600

$$x = \frac{40 \cdot 1600}{100} = 640$$



De 1600 hogares, 640 tienen mascota.

Calcular los siguientes porcentajes:

- El 25% de 136.
- El 0.5% de 6800.
- El 50% 340.

Calculamos el 25% de 136:

$$x = \frac{136 \cdot 25}{100} = 34$$

Calculamos el 0.5% de 6800:

$$x = \frac{6800 \cdot 0.5}{100} = 34$$

Calculamos el 50% de 340:

$$x = \frac{340 \cdot 50}{100} = 170$$

**En una tienda deportiva hay balones blancos (40%) y balones multicolores (60%). Si hay 600 balones blancos, ¿cuántos hay en total?**

Identificamos el 40% con 600 para calcular el 100%:

$$x = \frac{600 \cdot 100}{40} = 1500$$

En la tienda hay un total de 1500 balones.

**El 25% de los videojuegos de Mario son de acción, el 40% son de estrategia y el resto son de deportes. Si Mario tiene 79 videojuegos de deportes, ¿cuántos tiene de acción?**



El 25% más el 40% es el 65%, así que los videojuegos de deportes son el resto, es decir, el 35%.

35% del 100%

$$x = \frac{70 \cdot 100}{35} = 200$$

En total, Mario tiene 200 videojuegos.

Mario tiene 50 videojuegos de acción.

### RADICALES

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{14} = \sqrt{2(14)} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 7} = \sqrt{2^2 \cdot 7} = 2\sqrt{7}$$

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{2(8)} = \sqrt{2 \cdot 2^3} = \sqrt{2^4} = \sqrt{16} = 4$$

$$\sqrt{3x^2} \cdot \sqrt{9x^3} =$$

$$\sqrt{(3x^2)(9x^3)} = \sqrt{(3x^2)(3^2x^3)} = \sqrt{3^2(3)x^5} = \sqrt{3^2(3)x^4x} = \sqrt{3^2(x^4)(3)(x)} = 3x^2\sqrt{3x}$$

$$\sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{9}} = \frac{5}{3}$$

$$\sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{16}} = \frac{1}{4}$$

$$\sqrt{\frac{18}{32}} = \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{32}} = \frac{\sqrt{9 \cdot 2}}{\sqrt{16 \cdot 2}} = \frac{\sqrt{9}\sqrt{2}}{\sqrt{16}\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{\sqrt{30a^3}}{\sqrt{6a^2}} = \sqrt{\frac{6(5)(a)^3}{6a^2}} = \sqrt{\frac{6(5)(a)^2a}{6a^2}} = \sqrt{5a}$$



$$\frac{\sqrt{42x^4}}{\sqrt{7x^2}} = \sqrt{\frac{42x^4}{7x^2}} = \sqrt{6x^2} = \sqrt{6}\sqrt{x^2} = \sqrt{6}x = x\sqrt{6}$$

$$\sqrt{\frac{64x^4y}{2x^2y}} = \sqrt{32x^2} = \sqrt{16x^2 \cdot 2} = 4x\sqrt{2}$$

$$\sqrt{\frac{15xy^5z^2}{3x^5yz}} = \sqrt{\frac{5y^4z}{x^4}} = \frac{\sqrt{5y^4z}}{\sqrt{x^4}} = \frac{\sqrt{y^4}\sqrt{5z}}{\sqrt{x^4}} = \frac{y^2\sqrt{5z}}{x^2}$$

$$\sqrt[3]{\frac{x^9}{x^3}} = \sqrt[3]{x^{9-3}} = \sqrt[3]{x^6} = \sqrt[3]{x^3 \cdot x^3} = x \cdot x = x^2$$

$$\sqrt[4]{\frac{32a^{10}}{2a^2}} = \sqrt[4]{16a^{10-2}} = \sqrt[4]{16a^8} = \sqrt[4]{2^4(a^2)^4} = \sqrt[4]{2^4} \cdot \sqrt[4]{(a^2)^4} = 2a^2$$

$$-5\sqrt{7} - 9\sqrt{7} = (-5 + (-9))\sqrt{7} = -14\sqrt{7}$$

$$-8\sqrt{6} - 5\sqrt{6} = (-8 + (-5))\sqrt{6} = -13\sqrt{6}$$

$$\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + 8 = (1 - 4)\sqrt{5} + 8 = -3\sqrt{5} + 8$$

$$4\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 9 = (4 + 2)\sqrt{3} - 9 = 6\sqrt{3} - 9$$

$$2\sqrt{x} - 3\sqrt{x} + 7\sqrt{x} = (2 - 3 + 7)\sqrt{x} = 6\sqrt{x}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt[4]{x^{24}}} = \sqrt[12]{x^{24}} = \sqrt[12]{x^{12}} \cdot \sqrt[12]{x^{12}} = x \cdot x = x^2$$

$$\sqrt[3]{\sqrt[6]{729}} = \sqrt[6]{\sqrt[3]{729}} = \sqrt[6]{3^6} = 3$$

$$\sqrt[3]{\sqrt[5]{x^{30}}} = \sqrt[15]{x^{30}} = \sqrt[15]{x^{15}} \cdot \sqrt[15]{x^{15}} = x \cdot x = x^2$$



### LENGUAJE ALGEBRAICO

El cubo del producto de dos números:	$(xy)^3$
La raíz cuadrada de la suma de dos números:	$\sqrt[2]{a+b}$
La raíz cúbica de la diferencia entre dos números:	$\sqrt[3]{x-y}$
El cuadrado del cociente de dos números:	$\left(\frac{a}{b}\right)^2$
El cuadrado de la suma de dos números consecutivos:	$(n+n+1)^2$
El producto de dos números consecutivos:	$n(n+1)$
La diferencia de los cubos de dos números consecutivos:	$(x+1)^3 - x^3$
La suma de los cuadrados de dos números consecutivos:	$x^2 + (x+1)^2$
Nueve décimos de un número	$\frac{9}{10}x$
Cuatro séptimos de un número	$\frac{4}{7}x$
Dos tercios de un número	$\frac{2}{3}x$
Tres quintos de un número	$\frac{3}{5}x$
Un cuarto de un número	$\frac{1}{4}x$
La mitad de un número	$\frac{1}{2}x$
Un quinto de un número	$\frac{1}{5}x$



Un octavo de un número	$\frac{1}{8}x$
El duplo de un número disminuido en cinco:	$2a - 5$
El cuádruplo de un número aumentado en dos:	$4a + 2$
El triple de un número menos uno	$3a - 1$
El doble de un número más tres	$2a + 3$
El cuadrado de los dos tercios de un número:	$\left(\frac{2}{3}x\right)^2$
El cubo de un medio de un número:	$\left(\frac{1}{2}x\right)^3$
La raíz cuadrada del doble de un número:	$\sqrt[2]{2x}$
La raíz cuarta del quíntuple de un número	$\sqrt[4]{5a}$
El exceso del triple del sucesor sobre la mitad del antecesor de un número	$3(x+1) - \frac{1}{2}(x-1)$
La mitad del antecesor de un número excedido en el doble del sucesor:	$\frac{1}{2}(x-1) + 2(x+1)$
El triple producto del antecesor y el sucesor de un número:	$3(n-1)(n+1)$



### PRODUCTOS NOTABLES

$$(x+2)(x+3)=x^2+(2+3)x+(2)(3) = x^2+5x+6$$

$$(x+1)(x-1) = (x)(x)-(1)(1) = x^2-1$$

$$(2x + y)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(y) + (y)^2 = 4x^2 + 4xy + y^2$$

$$(2x - 5)^2 = (2x)^2 - 2(2x)(5) + 5^2 = 4x^2 - 20x + 25$$

$$(5x - y)^2 = (5x)^2 - 2(5x)(y) + (y)^2 = 25x^2 - 10xy + y^2$$

$$(5x + 3)^2 = (5x)^2 + 2(5x)(3) + 3^2 = 25x^2 + 30x + 9$$

$$(a^2-2b)^3 = (a^2)^3 - 3(a^2)^2(2b) + 3(a^2)(2b)^2 - (2b)^3 = a^6 - 3(a^4)(2b) + 3(a^2)(4b^2) - 8b^3$$
$$= a^6 - 6a^4b + 12a^2b^2 - 8b^3$$

$$(4x^3 - 5y^2)^2 = (4x^3)^2 - 2(4x^3)(5y^2) + (5y^2)^2 = 16x^6 - 40x^3y^2 + 25y^4$$

$$(5x + 7)(5x - 7) = (5x)^2 - 7^2 = 25x^2 - 49$$

$$(3x + 2y)(3x - 2y) = (3x)^2 - (2y)^2 = 9x^2 - 4y^2$$

$$(7x + 5)^3 = (7x)^3 + 3(7x)^2(5) + 3(7x)(5)^2 + (5)^3 = 343x^3 + 735x^2 + 525x + 125$$

$$(x^2 + 3y^4)(x^2 - 3y^4) = (x^2)^2 - (3y^4)^2 = x^4 - 9y^8$$

$$(x + 2)(x + 5)(x + 7) = x^3 + (2 + 5 + 7)x^2 + (2 \times 5 + 2 \times 7 + 5 \times 7)x + 2 \times 5 \times 7$$
$$= x^3 + 14x^2 + (10+14+35)x + 70$$
$$= x^3 + 14x^2 + 59x + 70$$

$$(7x + 3)(49x^2 - 21x + 9) = (7x)^3 + 3^3 = 343x^3 + 27$$

$$(3x - 7y)(9x^2 + 21xy + 49y^2) = (3x)^3 - (7y)^3 = 27x^3 - 343y^3$$

$$(3x^2 + y^3)^2 = (3x^2)^2 + 2(3x^2)(y^3) + (y^3)^2 = 9x^4 + 6x^2y^3 + y^6$$

$$(3x + 4)^3 = (3x)^3 + 3(3x)^2(4) + 3(3x)(4)^2 + (4)^3 = 27x^3 + 108x^2 + 144x + 64$$

$$(3x - 6)^3 = (3x)^3 - 3(3x)^2(6) + 3(3x)(6)^2 - (6)^3 = 27x^3 - 162x^2 + 324x - 216$$



$$(2x + y + 5)^2 = (2x)^2 + y^2 + 5^2 + 2(2x)(y) + 2(2x)(5) + 2(y)(5) = 4x^2 + y^2 + 25 + 4xy + 20x + 10y$$

$$(x + 7)(x + 6) = x^2 + (7 + 6)x + 7 \times 6 = x^2 + 13x + 42$$

$$(2+y^2)^3 = (2)^3 + 3(2)^2(y^2) + 3(2)(y^2)^2 + (y^2)^3 = 8 + 3(4)(y^2) + 3(2)(y^4) + y^6 = 8 + 12y^2 + 6y^4 + y^6$$

$$(1+b)^3 = 1^3 + 3(1^2)(b) + 3(1)(b^2) + b^3 = 1 + 3b + 3b^2 + b^3$$

$$(a^2+4)(a^2+4) = (a^2)(a^2) + (4)(4) = (a^2)^2 + 16 = a^4 + 16$$

$$(a^2+8)(a^2-7) = (a^2)(a^2) + (8-7)a + (8)(-7) = (a^2)^2 + (1a) + (-56) = a^4 + a - 56$$

$$(2a^3-5b^4)^2 = (2a^3)^2 - 2(2a^3)(5b^4) + (5b^4)^2 = 4a^6 - 20a^3b^4 + 25b^8$$

$$(x + y + 2)^3 = x^3 + y^3 + 2^3 + 3x^2y + 3x^2 \cdot 2 + 3xy^2 + 3y^2 \cdot 2 + 3x^2 \cdot 2 + 3y^2 \cdot 2 + 6xy^2 \\ = x^3 + y^3 + 2^3 + 3x^2y + 6x^2 + 3xy^2 + 6y^2 + 12x + 12y + 12xy$$

$$(a^2 + 5)(a^2 - 9) = (a^2)^2 + (5-9)a^2 + (5)(-9) = a^4 - 4a^2 - 45$$

$$(x^5 - 3ay^2)^2 = (x^5)^2 - 2(x^5)(3ay^2) + (3ay^2)^2 = x^{10} - 6ax^5y^2 + 9a^2y^4$$

$$(a^x - 3)(a^x + 8) = (a^x)^2 + (-3+8)a^x + (-3)(8) = a^{2x} + 5a^x - 24$$

$$(x+y+z)(x+y-z) = [(x+y)+z][(x+y)-z] = (x+y)^2 - z^2 = x^2 + 2xy + y^2 - z^2$$

$$(x+y-2)(x-y+2) = [x+(y-2)][x-(y-2)] = x^2 - (y-2)^2 = x^2 - \{y^2 - [2(y)(2)] + 2^2\} = \\ x^2 - (y^2 - 4y + 4) = x^2 - y^2 + 4y - 4$$

$$(2a-b-c)(2a-b+c) = [(2a-b)-c][(2a-b)+c] = (2a-b)^2 - c^2 = (2a)^2 - 2(2a)(b) + (b)^2 - c^2 = 4a^2 - 4ab + b^2 - c^2$$

$$(x + 5)(x + 3) = x^2 + (5 + 3)x + 5 \times 3 = x^2 + 8x + 15$$

$$(1-3ax)(1+3ax) = 1 - 9a^2x^2$$

$$(a^3 - b^2)(a^3 + b^2) = (a^3)^2 - (b^2)^2 = a^6 - b^4$$

$$(\sqrt{x+3} + \sqrt{3x-1})(\sqrt{x+3} - \sqrt{3x-1}) =$$

$$(\sqrt{x+3})^2 - (\sqrt{3x-1})^2 = (x+3) - (3x-1) = x+3 - 3x+1 = -2x+4$$



### FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS

$$x^2 - 9x + 8 = (x - 8)(x - 1)$$

$$9y^2 - 4x^2 = (3y + 2x)(3y - 2x)$$

$$x^4 - 10x^2 + 9 = (x^2 - 9)(x^2 - 1)$$

$$x^2 - x - 6 = (x - 3)(x + 2)$$

$$x^4 - 2x^2 - 3 = (x^2 - 3)(x^2 + 1)$$

$$a^3 + a^2 + a = a(a^2 + a + 1)$$

$$a^2 + 2a + 1 = (a + 1)^2$$

$$x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$$

$$a^2b^7 + a^5b^4 = a^2b^4(b^3 + a^3)$$

$$x^2 + 4x + 3 = (x + 3)(x + 1)$$

$$10x + 15y = 5(2x + 3y)$$

$$a^3 + a^2b = a^2(a + b)$$

$$abc^3 + ab^3c + a^3bc = abc(c^2 + b^2 + a^2)$$

$$ax + ay + bx + by = (a + b)(x + y)$$

$$x^6 + y^6 = (x^2 + y^2)(x^4 - x^2y^2 + y^4)$$

$$x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$$

$$a^2 + ab + ac + bc = (a + b)(a + c)$$

$$m^2 - n^2 = (m + n)(m - n)$$

$$a^2x + a^2y + b^2x + b^2y = (a^2 + b^2)(x + y)$$

$$a^2 - 4 = (a + 2)(a - 2)$$

$$a^2 - 1 = (a + 1)(a - 1)$$



$$4x^2 - 25 = (2x + 5)(2x - 5)$$

$$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$$

$$a^6 - 2a^3 + 1 = (a^3 - 1)^2$$

$$4a^2 - 12a + 9 = (2a - 3)^2$$

$$x^3 + 8 = (x + 2)(x^2 - 2x + 4)$$

$$a^3 + 1 = (a + 1)(a^2 - a + 1)$$

$$x^3 + 27 = (x + 3)(x^2 - 3x + 9)$$

$$x^3 - 64 = (x - 4)(x^2 + 4x + 16)$$

### SISTEMA DE ECUACIONES

$$9x - 2y = 39$$

$$4x - 3y = 11$$

Localizamos el primer término de cada ecuación y marcamos solo el número sin tomar en cuenta la letra.

$$9x - 2y = 39$$

$$4x - 3y = 11$$

El número marcado de la ecuación 2 multiplica a todos los términos de la ecuación 1.

$$4(9x) - 4(2y) = 4(39)$$

$$36x - 8y = 156$$

El número marcado de la ecuación 1 multiplica a todos los términos de la ecuación 2.

$$9(4x) - 9(3y) = 9(11)$$

$$36x - 27y = 99$$

Se ordenan ambos resultados por términos semejantes.

$$36x - 8y = 156$$

$$36x - 27y = 99$$

Se restan ambas ecuaciones.



$$36x - 8y = 156$$

$$-36x + 27y = -99$$

$$0 \quad 19y = 57$$

$$y = \frac{57}{19} = 3$$

Despejamos a "y" en cualquiera de las 2 ecuaciones originales.

En este caso tomamos la ecuación 1.  $9x - 2y = 39$

Remplazamos la "y" por el número 3  $9x - 2(3) = 39 \quad 9x - 6 = 39$

$$x = \frac{39+6}{9} = 5$$

**Comprobación:** Sustituimos los valores de "x" y "y" para cumplir con la igualdad.

En la ecuación 1	9x - 2y = 39	9(5) - 2(3) =	45 - 6 =	39 = 39
En la ecuación 2	4x - 3y = 11	4(5) - 3(3) =	20 - 9 =	11 = 11

En el siguiente sistema de ecuaciones simultaneas encuentra los valores de "x" y "y", por el método de suma y resta.

$$-6x + 6y = -12$$

$$7x - 9y = -32$$

$$-6x + 6y = -12$$

$$7x - 9y = -32$$

$$7(-6x) + 7(6y) = 7(-12)$$

$$-42x + 42y = -84$$

$$6(7x) + 6(-9y) = 6(-32)$$

$$42x - 54y = -192$$

$$-42x + 42y = -84$$

$$42x - 54y = -192$$

$$-12y = -276$$

$$y = \frac{-276}{-12} = 23$$



$$-6x + 6y = -12$$

$$-6x + 6(23) = -12$$

$$x = \frac{-12 - 138}{-6} = \frac{-150}{-6} = 25$$

**Martin y sus amigos pagaron 52 pesos por 3 paletas y 2 chocolates. Si la semana anterior consumieron 4 paletas y un chocolate fue 56 pesos. ¿Cuál es el costo de la paleta y el chocolate?**

"x" paletas

"y" chocolates

$$3x + 2y = 52$$

$$4x + y = 56$$

Resolvemos el siguiente sistema de ecuaciones, mediante el método de suma y resta.

$$3x + 2y = 52$$

$$4x + y = 56$$

Multiplicamos el primer número de cada ecuación, por todos los términos de la ecuación contraria

$$(4) \quad 3x + 2y = 52$$

$$(3) \quad 4x + y = 56$$

$$12x + 8y = 208$$

$$12x + 3y = 168$$

Restamos

$$12x + 8y = 208$$

$$- \quad -12x - 3y = -168$$

$$0 \quad 5y = 40$$

$$y = \frac{40}{5} = 8$$

Sustituimos el valor de y en la primera ecuación.

$$3x + 2(8) = 52$$

$$3x + 16 = 52$$



$$x = \frac{52-16}{3} = \frac{36}{3} = 12$$

Una paleta 12 pesos

Un chocolate 8 pesos

**Pague 85 pesos por 2 papayas y 3 melones. Hoy mi papá compró 3 papayas y 2 melones por 90 pesos. Si los precios se conservaron, ¿Cuánto cuesta cada papaya y cada melón?**

$$2x + 3y = 85$$

$$3x + 2y = 90$$

Resolvemos el siguiente sistema de ecuaciones, mediante el método de suma y resta.

$$2x + 3y = 85$$

$$3x + 2y = 90$$

Multiplicamos el primer número de cada ecuación, por todos los términos de la ecuación contraria

$$(3) \quad 2x + 3y = 85$$

$$(2) \quad 3x + 2y = 90$$

$$6x + 9y = 255$$

$$6x + 4y = 180$$

Restamos

$$6x + 9y = 255$$

$$- \quad -6x - 4y = -180$$

$$0 \quad 5y = 75$$

$$y = \frac{75}{5} = 15$$

Sustituimos el valor de y en la primera ecuación.

$$2x + 3(15) = 85$$

$$2x + (45) = 85$$

$$x = \frac{85-45}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

**X= 20 el precio de la papaya**

**Y= 15 el precio del melón**



**En un corral hay puercos y gallinas que hacen un total de 61 cabezas y 196 patas. ¿Cuántos puercos y gallinas hay?**

"x" representa al puerco (1 cabeza, 4 patas)

"y" representa a la gallina (1 cabeza, 2 patas)

$$\begin{aligned}x + y &= 61 \\4x + 2y &= 196\end{aligned}$$

Resolvemos el siguiente sistema de ecuaciones, mediante el método de suma y resta.

$$\begin{aligned}x + y &= 61 \\4x + 2y &= 196\end{aligned}$$

Multiplicamos el primer número de cada ecuación, por todos los términos de la ecuación contraria

$$\begin{aligned}(4) \quad x + y &= 61 \\(1) \quad 4x + 2y &= 196\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}4x + 4y &= 244 \\4x + 2y &= 196\end{aligned}$$

Restamos

$$\begin{array}{r}4x + 4y = 244 \\- 4x - 2y = -196 \\ \hline 0 \quad 2y = 48 \\ \hline y = \frac{48}{2} = 24\end{array}$$

Sustituimos el valor de y en la primera ecuación.

$$\begin{aligned}x + (24) &= 61 \\x = 61 - 24 &= 37\end{aligned}$$

**Hay 37 puercos y 24 gallinas**



**Claudia pagó 30700 pesos por tres litros de pintura y 8 cubetas de pintura, Patricia compró 1 litro de pintura y 7 cubetas y tuvo que pagar 25400. ¿Cuál es el precio de 1 litro y una cubeta?**

$$\begin{aligned}3x + 8y &= 30700 \\ x + 7y &= 25400\end{aligned}$$

Resolvemos el siguiente sistema de ecuaciones, mediante el método de suma y resta.

$$\begin{aligned}3x + 8y &= 30700 \\ x + 7y &= 25400\end{aligned}$$

Multiplicamos el primer número de cada ecuación, por todos los términos de la ecuación contraria

$$\begin{aligned}(1) \quad 3x + 8y &= 30700 \\ (3) \quad x + 7y &= 25400\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}3x + 8y &= 30700 \\ 3x + 21y &= 76200\end{aligned}$$

Restamos

$$\begin{array}{r}3x + 8y = 30700 \\ - \quad -3x - 21y = -76200 \\ \hline 0 \quad -13y = 45500\end{array}$$

$$y = \frac{45500}{-13} = -3500$$

Sustituimos el valor de y en la primera ecuación.

$$\begin{aligned}3x + 8(3500) &= 30700 \\ 3x + 28000 &= 30700\end{aligned}$$

$$x = \frac{30700 - 28000}{3} = \frac{2700}{3} = 900$$

**1 litro de pintura 900**  
**1 cubeta 3500**



**La suma de dos números es 226 y su diferencia es 36. ¿Cuáles son los números?**

"x" es el número mayor

"y" es el número menor

$$x + y = 226$$

$$x - y = 36$$

como el valor de "y" es el mismo, pero con signo contrario, se aplica la suma

$$\begin{array}{r} x + y = 226 \\ x - y = 36 \\ \hline 2x \quad 0 = 262 \end{array}$$

$$x = \frac{262}{2} = 131$$

Sustituimos en la ecuación 1

$$131 + y = 226$$

$$y = 226 - 131$$

$$y = 95$$

**x = 131 el número mayor**

**y = 95 el número menor**

**La suma de dos números es 97 y la diferencia entre el doble del mayor y el menor es 131. ¿Cuáles son los números?**

$$x + y = 97$$

$$2x - y = 131$$

como el valor de "y" es el mismo, pero con signo contrario, se aplica la suma

$$\begin{array}{r} x + y = 97 \\ 2x - y = 131 \\ \hline 3x \quad 0 = 228 \end{array}$$

$$x = \frac{228}{3} = 76$$

Sustituimos en la ecuación 1

$$76 + y = 97$$



$$y = 97 - 76$$
$$y = 21$$

$$x = 76$$
$$y = 21$$

Las entradas de 6 niños y 5 adultos a un parque de diversiones valen 177 pesos, y las de 3 niños y un adulto valen 57 pesos. ¿Cuánto valen las entradas de un niño y un adulto?

$$6x + 5y = 177$$
$$3x + y = 57$$

Resolvemos el siguiente sistema de ecuaciones, mediante el método de suma y resta.

$$6x + 5y = 177$$
$$3x + y = 57$$

Multiplicamos el primer número de cada ecuación, por todos los términos de la ecuación contraria

$$(3) \quad 6x + 5y = 177$$
$$(6) \quad 3x + y = 57$$

$$18x + 15y = 531$$
$$18x + 6y = 342$$

Restamos

$$18x + 15y = 531$$
$$- \quad -18x \quad -6y = -342$$
$$0 \quad 9y = 189$$

$$y = \frac{189}{9} = 21$$

Sustituimos el valor de y en la primera ecuación.

$$18x + 15(21) = 531$$
$$18x + 315 = 531$$

$$x = \frac{531 - 315}{18} =$$



$$x = \frac{216}{18} = 12$$

$$X = 12$$

$$Y = 21$$

La entrada de un niño vale 12 pesos y la de un adulto 21 pesos

Hace cuatro años la edad de un padre era nueve veces la edad de su hijo, y dentro de 8 años será el triple.  
¿Cuáles son sus edades actuales?

"x" edad del padre

"y" edad del hijo

$$X - 4 = 9 (y - 4)$$

$$X + 8 = 3 (y + 8)$$

$$X = 40$$

$$Y = 8$$

Actualmente el padre tiene 40 años y su hijo tiene 8 años

Si al doble de un número le restamos 14 se obtiene 30. ¿Cuál es el número?

$$2x - 14 = 30$$

$$2x = 30 + 14$$

$$2x = 44$$

$$x = \frac{44}{2} = 22$$



## ECUACIONES LINEALES

**Encontrar dos números positivos y consecutivos de modo que su la suma de sus dobles sea igual al triple del mayor de los dos números.**

Supongamos que  $x$  es el menor de los números. Entonces, su consecutivo es el número que le sigue, es decir, es  $x + 1$

El doble del número menor es  $2x$  y el doble de mayor es  $2(x + 1)$ .

Por tanto, la suma de los dobles es

$$2x + 2(x+1)$$

Queremos que esta suma sea igual al triple del mayor de los dos números y como  $x+1$  es el mayor de los números, la suma debe ser igual a  $3(x+1)$ .

La ecuación que tenemos es

$$2x+2(x+1)=3(x+1)$$

Resolvemos la ecuación:

$$2x + 2(x+1) = 3(x+1)$$

$$2x + 2x + 2 = 3x + 3$$

$$4x + 2 = 3x + 3$$

$$4x - 3x = 3 - 2$$

$$x = 1$$

Por tanto, los números buscados son  $x=1$  y  $x=2$

En efecto, los números 1 y 2 son positivos, consecutivos y la suma de sus dobles es  $2+4 = 6$ , que es el triple del mayor.

**Si Ana es 12 años menor que Eva y dentro de 7 años la edad de Eva es el doble que la edad de Ana, ¿qué edad tiene Eva?**

Supongamos que  $x$  es la edad de Ana. Como Eva tiene 12 años más que Ana, su edad es  $x+12$ .

Dentro de 7 años, Ana tendrá la edad actual más 7, es decir, tendrá  $x+7$ .

Del mismo modo, Eva tendrá  $(x+12)+7=x+19$ . Además, el doble de la edad de Ana será  $2(x+7)$ .

$$2(x+7) = x+19$$

$$2x+14=x+19$$

$$2x-x=19-14$$

$$x=5$$

La edad de Ana es 5 y la edad de Eva es 17

Dentro de 7 años, Ana tendrá 12 y Eva tendrá 24, lo doble de la edad de Ana



**El padre de Andrés tiene 30 años más que él y su madre tiene 5 años menos que su padre. Averiguar la edad de actual de Andrés sabiendo que la suma de las edades de sus padres es 7 veces la edad de Andrés.**

Solución:

Si Andrés tiene  $X$  años, su padre tiene  $x+30$ . Como la madre tiene 5 años menos que su padre, tiene  $x+30-5 = x+25$ .

La suma de las edades de los padres es 7 veces la de Andrés:  $(x + 30) + (x + 25) = 7x$

Resolvemos la ecuación:  $(x + 30) + (x + 25) = 7x$

$$x + 30 + x + 25 = 7x$$

$$2x + 55 = 7x$$

$$2x - 7x = -55$$

$$-5x = -55$$

$$x = \frac{-55}{-5} = 11$$

La edad de Andrés es 11 años y las edades de su padre y de su madre son 41 y 36, respectivamente.

**Hallar los números positivos de tres cifras sabiendo que la primera cifra es el doble de la segunda y la tercera es el triple de la segunda.**

Como la segunda y tercera cifra están escritas en función de la segunda, llamamos  $x$  a la segunda cifra.

La primera cifra es el doble de la segunda, es decir, es  $2x$ .

La tercera cifra es el triple de la segunda, es decir, es  $3x$ .

El número  $x$  no puede ser 0 porque si no, el número buscado sería 0 y no tiene 3 cifras.

Si  $x=1$ , el número es 213.

Si  $x=2$ , el número es 426.

Si  $x=3$ , el número es 639.

El número  $x$  tampoco puede ser mayor que 3 porque si no, al calcular la tercera cifra obtendríamos un número de más de una cifra.

Por tanto, los números de 3 cifras que cumplen las condiciones del enunciado son 213, 426 y 639.

**Encontrar el número que cumple que la suma de su doble y de su triple es igual a 100.**

Respuesta. Si  $x$  es el número que buscamos, su doble es  $2x$  y su triple es  $3x$ .

La suma de los dos últimos debe ser 100:

$$2x + 3x = 100$$

$$5x = 100$$

$$x = \frac{100}{5} = 20$$



**Tanto Andrés como su hermano Jaime tienen guardado su propio dinero. Andrés sabe que tiene el triple de dinero que su hermano, así que decide darle 130 dólares.**

Después de la donación, Andrés se compra un libro de 15 dólares, con lo que sus ahorros son ahora el doble que los de su hermano.

¿Cuánto dinero tenía cada uno inicialmente? ¿Y ahora?

Solución:

Si Jaime tenía  $x$  dólares, entonces Andrés tenía  $3x$ .

Como Andrés le da 130 dólares a Jaime, Andrés tiene  $3x - 130$  y Jaime tiene  $x + 130$ . Pero como Andrés realiza una compra de 15 dólares, tiene  $3x - 130 - 15 = 3x - 145$

Como la cantidad actual de Andrés es el doble que la de Jaime,

$$3x - 145 = 2(x + 130)$$

Resolvemos la ecuación:

$$3x - 145 = 2(x + 130)$$

$$3x - 145 = 2x + 260$$

$$3x - 2x = 260 + 145$$

$$x = 405$$

Jaime tenía 405 dólares y ahora tiene 535 dólares y Andrés tenía 1215 dólares y ahora tiene 1070 dólares.

**Un padre tiene 37 años y su hijo 9 años. ¿dentro de cuántos años la edad del padre será el triple de la edad de su hijo.**

$x$  representa el número de años

$37 + x$  edad del padre dentro de  $x$  años

$9 + x$  edad del hijo dentro de 9 años

$$37 + x = 3(9 + x)$$

$$37 + x = 27 + 3x$$

$$37 - 27 = 3x - x$$

$$10 = 2x$$

$$x = \frac{10}{2} = 5$$

Dentro de 5 años la edad del padre es el triple de la edad del hijo.



**La suma de dos números pares consecutivos es 174. ¿Cuál es el número par mayor?**

$2n$  es el número menor

$2n + 2$  es el número mayor

$$2n + 2n + 2 = 174$$

$$4n = 174 - 2$$

$$4n = 172$$

$$n = \frac{172}{4} = 43$$

El número mayor es 88

**Las edades de dos hermanos suman 34 años. Calcularlas sabiendo que uno es 4 años mayor que el otro**

$x$  la edad del menor

$x + 4$  la edad del mayor

$$x + x + 4 = 34$$

$$2x + 4 = 34$$

$$2x = 34 - 4$$

$$2x = 30$$

$$x = \frac{30}{2} = 15$$

**La suma de tres números pares consecutivos es 162. Encontrar los tres números**

$2n$  el número menor

$2n + 2$  el número de en medio

$2n + 4$  el número mayor

$$2n + 2n + 2 + 2n + 4 = 162$$

$$6n = 162 - 6$$

$$6n = 156$$

$$n = \frac{156}{6} = 26$$

52 el número menor

54 el número de en medio

56 el número mayor



En mi colegio hay 281 estudiantes, el número de niñas excede en 23 al doble de los niños. ¿Cuántos niños y niñas hay en mi colegio?

$n$  número de niños  
 $2n + 23$  número de niñas

$$\begin{aligned}n + 2n + 23 &= 281 \\3n &= 281 - 23 \\3n &= 258 \\n &= \frac{258}{3} = 86\end{aligned}$$

En el colegio hay 195 niñas y 86 niños.

$$\begin{aligned}2x - (5x + 3) &= 7 + (3x - 2) \\2x - 5x - 3 &= 7 + 3x - 2 \\2x - 5x - 3x &= 3 + 7 - 2 \\-6x &= 8 \\x &= \frac{8}{-6} = -\frac{4}{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x - (15x - 5) &= -(-3x + 5) \\x - 15x + 5 &= 3x - 5 \\x - 15x - 3x &= -5 - 5 \\-17x &= -10 \\x &= \frac{-10}{-17} = \frac{10}{17}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}5(3x - 2) &= -7(-5x + 4) \\15x - 10 &= 35x - 28 \\15x - 35x &= -28 + 10 \\-20x &= -18 \\x &= \frac{-18}{-20} = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2x - 3(-4x + 5) &= 7 + 2(3x + 9) \\2x + 12x - 15 &= 7 + 6x + 18 \\2x + 12x - 6x &= 7 + 18 + 15 \\8x &= 40 \\x &= \frac{40}{8} = 5\end{aligned}$$



$$3 + \frac{1}{2}x = 4 + \frac{1}{3}x$$

Multiplicamos a ambos lados por 6

$$6 \left( 3 + \frac{1}{2}x \right) = 6 \left( 4 + \frac{1}{3}x \right)$$
$$18 + 3x = 24 + 2x$$

Ordenamos términos

$$3x - 2x = 24 - 18$$

$$x = 6$$

$$\left( \frac{6x-7}{4} + \frac{3x-5}{7} \right) = \left( \frac{5x+78}{28} \right)$$

Multiplicamos ambos lados por 28

$$28 \left( \frac{6x-7}{4} + \frac{3x-5}{7} \right) = 28 \left( \frac{5x+78}{28} \right)$$

$$7(6x-7) + 4(3x-5) = (5x+78)$$

$$42x - 49 + 12x - 20 = 5x + 78$$

$$54x - 69 = 5x + 78$$

$$54x - 5x = 78 + 69$$

$$49x = 147$$

$$x = \frac{147}{49} = 3 \quad x=3$$

$$\frac{x-2}{2} + \frac{3x+2(x-5)}{6} = \frac{2x}{3}$$

Multiplicamos por ambos lados por 6

$$6 \left( \frac{x-2}{2} + \frac{3x+2(x-5)}{6} \right) = 6 \left( \frac{2x}{3} \right)$$

$$6 \left( \frac{x-2}{2} + \frac{3x+2x-10}{6} \right) = \frac{12x}{3}$$

$$3x - 6 + 3x + 2x - 10 = 4x$$

Ordenamos términos

$$3x + 3x + 2x - 4x = 10 + 6$$

$$4x = 16$$

$$x = \frac{16}{4} = 4 \quad x=4$$

$$\frac{1}{2}x + \frac{2}{5} = \frac{1}{3}x - \frac{5}{2}$$



Multiplicamos ambos lados por 30

$$30\left(\frac{1}{2}x + \frac{2}{5}\right) = 30\left(\frac{1}{3}x - \frac{5}{2}\right)$$

$$15x + 12 = 10x - 75$$

Ordenamos términos

$$15x - 10x = -75 - 12$$

$$5x = -87$$

$$x = \frac{-87}{5}$$

$$184 - 7(2x + 5) = 301 + 6(x - 1) - 6$$

$$184 - 14x - 35 = 301 + 6x - 6 - 6$$

$$-14x - 6x = 301 - 6 - 6 - 184 + 35$$

$$-20x = 140$$

$$x = \frac{140}{-20} = 7 \quad x = -7$$

$$7(18 - x) - 6(3 - 5x) = -(7x + 9) - 3(2x + 5) - 12$$

$$126 - 7x - 18 + 30x = -7x - 9 - 6x - 15 - 12$$

$$108 + 23x = -13x - 36$$

Ordenamos términos

$$23x + 13x = -36 - 108$$

$$36x = -144 \quad x = \frac{-144}{36} = -4 \quad x = -4$$

$$3x(x - 3) + 5(x + 7) - x(x + 1) - 2(x^2 + 7) + 4 = 0$$

$$3x^2 - 9x + 5x + 35 - x^2 - x - 2x^2 - 14 + 4 = 0$$

$$-9x + 5x + 35 - x - 14 + 4 = 0$$

$$-5x + 25 = 0$$

$$-5x = -25 \quad x = \frac{-25}{-5} = 5$$

$$\frac{4}{5} + \frac{6}{5}x - \frac{2}{3}\left(x + \frac{1}{4}\right) = \frac{2}{3}x$$

$$\frac{4}{5} + \frac{6}{5}x - \frac{2}{3}x - \frac{2}{12} = \frac{2}{3}x$$

$$\frac{6}{5}x - \frac{2}{3}x - \frac{2}{3}x = -\frac{4}{5} + \frac{2}{12}$$

Multiplicamos ambos lados por 60



$$60\left(\frac{6}{5}x - \frac{2}{3}x - \frac{2}{3}x\right) = 60\left(-\frac{4}{5} + \frac{2}{12}\right)$$
$$72x - 40x - 40x = -48 + 10$$
$$-8x = -38$$

$$x = \frac{-38}{-8} = \frac{19}{4}$$

$$\frac{1}{4} - 2\left(\frac{x}{5} - \frac{1}{2}\right) = x + 3\left(\frac{2}{5} - \frac{x}{2}\right)$$
$$\frac{1}{4} - \frac{2x}{5} + \frac{2}{2} = x + \frac{6}{5} - \frac{3x}{2}$$
$$-\frac{2x}{5} - x + \frac{3x}{2} = -\frac{1}{4} - \frac{2}{2} + \frac{6}{5}$$

Multiplicamos por 20 por ambos lados

$$20\left(-\frac{2x}{5} - x + \frac{3x}{2}\right) = 20\left(-\frac{1}{4} - \frac{2}{2} + \frac{6}{5}\right)$$
$$-8x - 20x + 30x = -5 - 20 + 24$$
$$2x = -1$$
$$x = -\frac{1}{2}$$

$$x - 3\left(\frac{2x+1}{2}\right) = 3x + 9 + 6 - 3x - \frac{x}{2}$$

$$x - 3x - \frac{3}{2} = 3x + 15 - 3x - \frac{x}{2}$$

$$x - 3x - 3x + 3x + \frac{x}{2} = \frac{3}{2} + 15$$

$$-2x + \frac{x}{2} = \frac{3}{2} + 15$$

Multiplicamos ambos lados por 2

$$2\left(-2x + \frac{x}{2}\right) = 2\left(\frac{3}{2} + 15\right)$$

$$-4x + x = 3 + 30$$

$$-3x = 33$$

$$x = -\frac{33}{3} = -11 \quad x = -11$$



$$71 + [-5x + (-2x + 3)] = 25 - [- (3x+4) - (4x + 3) ]$$

$$71 + [-5x - 2x + 3] = 25 - [-3x - 4 - 4x - 3]$$

$$71 - 5x - 2x + 3 = 25 + 3x + 4 + 4x + 3$$

$$-5x - 2x - 3x - 4x = -71 - 3 + 25 + 4 + 3$$

$$-14x = -42$$

$$x = \frac{-42}{-14} = 3$$

$$\frac{1}{6} \cdot \left[ 2x + 1 - \frac{15}{2}x + 3 \right] + 2x = -\frac{5}{12}$$

$$\frac{2}{6}x + \frac{1}{6} - \frac{15}{12}x + \frac{3}{6} + 2x = -\frac{5}{12}$$

Multiplicamos por ambos lados, por 12

$$12 \left( \frac{2}{6}x + \frac{1}{6} - \frac{15}{12}x + \frac{3}{6} + 2x \right) = 12 \left( -\frac{5}{12} \right)$$

$$4x + 2 - 15x + 6 + 24x = -5$$

$$4x - 15x + 24x = -5 - 2 - 6$$

$$13x = -13$$

$$x = \frac{-13}{13} = -1$$

$$3x + 2 - 4x + 1 + 9x = 6x - 1$$

$$3x - 4x + 9x - 6x = -1 - 2 - 1$$

$$2x = -4$$

$$x = \frac{-4}{2} = -2$$

$$2 \left( \frac{x-3}{5} + \frac{x-4}{6} + \frac{x}{7} \right) = x - 2$$

$$\frac{2x-6}{5} + \frac{2x-8}{6} + \frac{2x}{7} = x - 2$$

Multiplicamos  $5 \times 6 \times 7$ , para obtener un común denominador

$$5 \times 6 \times 7 = 210$$

Multiplicamos por ambos lados por 210



$$210\left(\frac{2x-6}{5} + \frac{2x-8}{6} + \frac{2x}{7}\right) = 210(x-2)$$
$$84x - 252 + 70x - 280 + 60x = 210x - 420$$
$$84x + 70x + 60x - 210x = 252 + 280 - 420$$
$$4x = 112$$
$$x = \frac{112}{4} = 28$$

### FORMULA GENERAL

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(1)(6)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2}$$

$$x = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$x = \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$x^2 + 23x + 42 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(23) \pm \sqrt{(23)^2 - 4(1)(42)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-23 \pm \sqrt{529 - 168}}{2} = \frac{-23 \pm \sqrt{361}}{2}$$

$$x = \frac{-23+19}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$



$$x = \frac{-23-19}{2} = \frac{-42}{2} = -21$$

$$2x^2 - 7x + 3 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4(2)(3)}}{2(2)}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49-24}}{4} = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{4}$$

$$x = \frac{7+5}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$x = \frac{7-5}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(1)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4-4}}{2} = \frac{2 \pm 0}{2}$$

$$x = \frac{2}{2} = \frac{2}{2} = 1$$



$$x = \frac{2}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$2x - 3 = 1 - 2x + x^2$$

Igualamos a cero

$$1 - 2x + x^2 - 2x + 3 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(4)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2} = \frac{4}{2}$$

$$x = \frac{4}{2} = 2$$

$$x = \frac{4}{2} = 2$$

$$x^2 - \frac{19}{15}x + \frac{6}{15} = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-\left(-\frac{19}{15}\right) \pm \sqrt{\left(-\frac{19}{15}\right)^2 - 4(1)\left(\frac{6}{15}\right)}}{2(1)}$$



$$x = \frac{\frac{19}{15} \pm \sqrt{\frac{361}{225} - \frac{24}{15}}}{2} = \frac{\frac{7}{6} \pm \sqrt{\frac{1}{225}}}{2}$$

$$x = \frac{\frac{19}{15} + \frac{1}{15}}{2} = \frac{\frac{20}{15}}{2} = \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{\frac{19}{15} - \frac{1}{15}}{2} = \frac{\frac{18}{15}}{2} = \frac{3}{5}$$

$$7x^2 + 21x - 28 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-21 \pm \sqrt{(21)^2 - 4(7)(-28)}}{2(7)}$$

$$x = \frac{-21 \pm \sqrt{441 + 784}}{14} = \frac{-21 \pm \sqrt{1225}}{14}$$

$$x = \frac{-21 + 35}{14} = \frac{14}{14} = 1$$

$$x = \frac{-21 - 35}{14} = \frac{-56}{14} = -4$$

$$-x^2 + 8x - 7 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{(8)^2 - 4(-1)(-7)}}{2(-1)}$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 28}}{-2} = \frac{-8 \pm \sqrt{36}}{-2}$$



$$x = \frac{-8+6}{-2} = \frac{-2}{-2} = 1$$

$$x = \frac{-8-6}{-2} = \frac{-14}{-2} = 7$$

$$4x^2 - 6x + 2 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4(4)(2)}}{2(4)}$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{8} = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{8}$$

$$x = \frac{6 + 2}{8} = \frac{8}{8} = 1$$

$$x = \frac{6 - 2}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$18 = 6x + x(x - 13)$$

Iguálamos a cero

$$6x + x(x - 13) - 18 = 0$$

$$6x + x^2 - 13x - 18 = 0$$

$$x^2 - 7x - 18 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4(1)(-18)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 72}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{121}}{2}$$

$$x = \frac{7 + 11}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

$$x = \frac{7 - 11}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$x^2 + (7 + x)^2 = 25$$

$$x^2 + 49 + 14x + x^2 = 25$$

Igualamos a cero

$$2x^2 + 14x + 49 - 25 = 0$$

$$2x^2 + 14x + 24 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-14 \pm \sqrt{(14)^2 - 4(2)(24)}}{2(2)}$$

$$x = \frac{-14 \pm \sqrt{196 - 192}}{2} = \frac{-14 \pm \sqrt{4}}{2}$$

$$x = \frac{-14 + 2}{4} = \frac{-12}{4} = -3$$

$$x = \frac{-14 - 2}{4} = \frac{-16}{4} = -4$$

$$-x^2 + 7x - 10 = 0$$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(7)^2 - 4(1)(-10)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 40}}{2} = \frac{-7 \pm \sqrt{9}}{2}$$

$$x = \frac{-7 + 3}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$x = \frac{-7 - 3}{2} = \frac{-10}{2} = -5$$

$$6x^2 - 5x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(6)(1)}}{2(6)}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{12} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{12}$$

$$x = \frac{5 + 1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{5 - 1}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$



### FUNCIÓN LINEAL 5 EJERCICIOS

Dada la ecuación  $y = 6x - 3$ , encuentra los valores de "y" que corresponden a  $x = 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3$

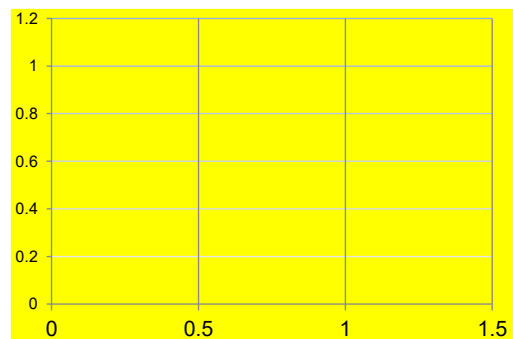
**Paso N°1.** Elabora una tabla como se muestra a continuación

x	$y = 6x - 3$	y
4		
3		
2		
1		
0		
-1		
-2		
-3		

**Paso N°2.** Sustituye los valores de x en cada función y resuelve la ecuación.

x	$y = 6x - 3$	y
4	$y = 6(4) - 3 = 24 - 3 =$	21
3	$y = 6(3) - 3 = 18 - 3 =$	15
2	$y = 6(2) - 3 = 12 - 3 =$	9
1	$y = 6(1) - 3 = 6 - 3 =$	3
0	$y = 6(0) - 3 = 0 - 3 =$	-3
-1	$y = 6(-1) - 3 = -6 - 3 =$	-9
-2	$y = 6(-2) - 3 = -12 - 3 =$	-15
-3	$y = 6(-3) - 3 = -18 - 3 =$	-21

**Paso N°3.** Realiza la gráfica con los valores de "X" y "Y".





Dada la ecuación  $y = 7x - 6$ , encuentra los valores de "y" que corresponden a  $x = 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3, -4$

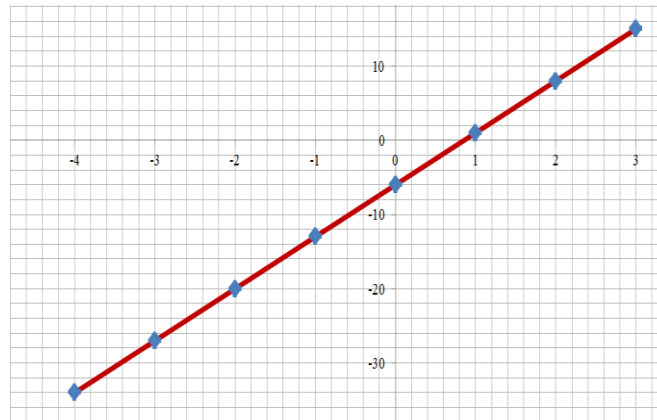
**Paso N°1.** Elabora una tabla como se muestra a continuación.

x	$y = 7x - 6$	y
3		
2		
1		
0		
-1		
-2		
-3		
-4		

**Paso N°2.** Sustituye los valores de x en cada función y resuelve la ecuación.

x	$y = 7x - 6$	y
3	$y = 7(3) - 6 = 21 - 6 =$	15
2	$y = 7(2) - 6 = 14 - 6 =$	8
1	$y = 7(1) - 6 = 7 - 6 =$	1
0	$y = 7(0) - 6 = 0 - 6 =$	-6
-1	$y = 7(-1) - 6 = -7 - 6 =$	-13
-2	$y = 7(-2) - 6 = -14 - 6 =$	-20
-3	$y = 7(-3) - 6 = -21 - 6 =$	-27
-4	$y = 7(-4) - 6 = -28 - 6 =$	-34

**Paso N°3.** Realiza la gráfica con los valores de "X" y "Y".



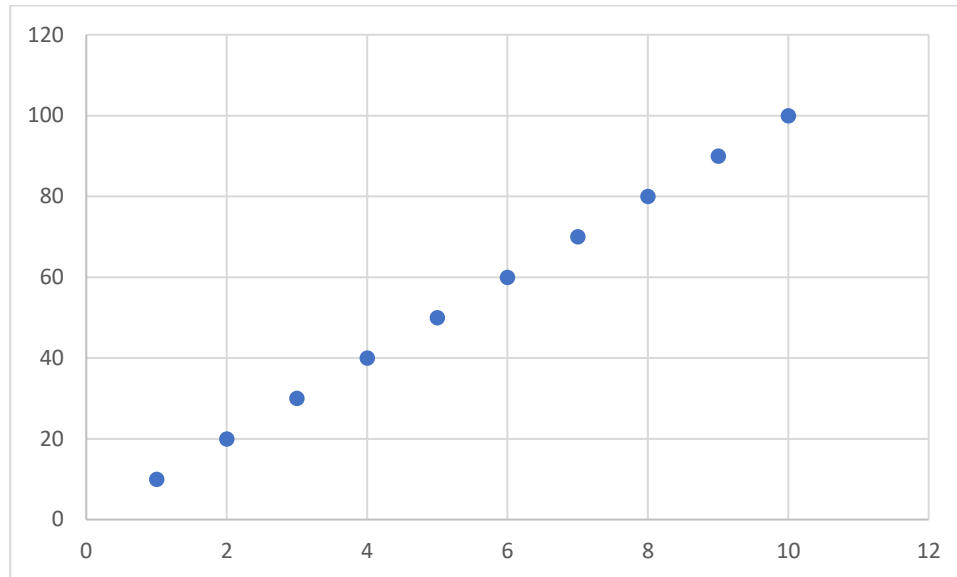
Un restaurante con conocimiento de las normas y protocolos que debe cumplir, emprende y contrata un servicio de transporte motorizado para distribuir por delivery sus productos. El contrato estipula que el pago por cada entrega es de S/10. Como máximo se efectuarán 150 entregas al mes.

Expresa con diversas representaciones (tabulares, gráficas o simbólicas) el comportamiento del pago mensual según el contrato del transporte motorizado, de acuerdo con la cantidad de entregas efectuadas.

La función es  $y=10x$

La tabla de valores

Número de entregas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f(x)$	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100



En una población, el consumo de agua potable está en función al número de habitantes, se sabe que 40 habitantes consumen  $280 \text{ m}^3$  de agua mensualmente y 350 habitantes consumen  $4000 \text{ m}^3$  de agua mensualmente. Si la población cuenta con un máximo de  $301000 \text{ m}^3$  de agua al mes. ¿Cuál es el número máximo de habitantes que podría tener la población sin que haya escasez de agua?

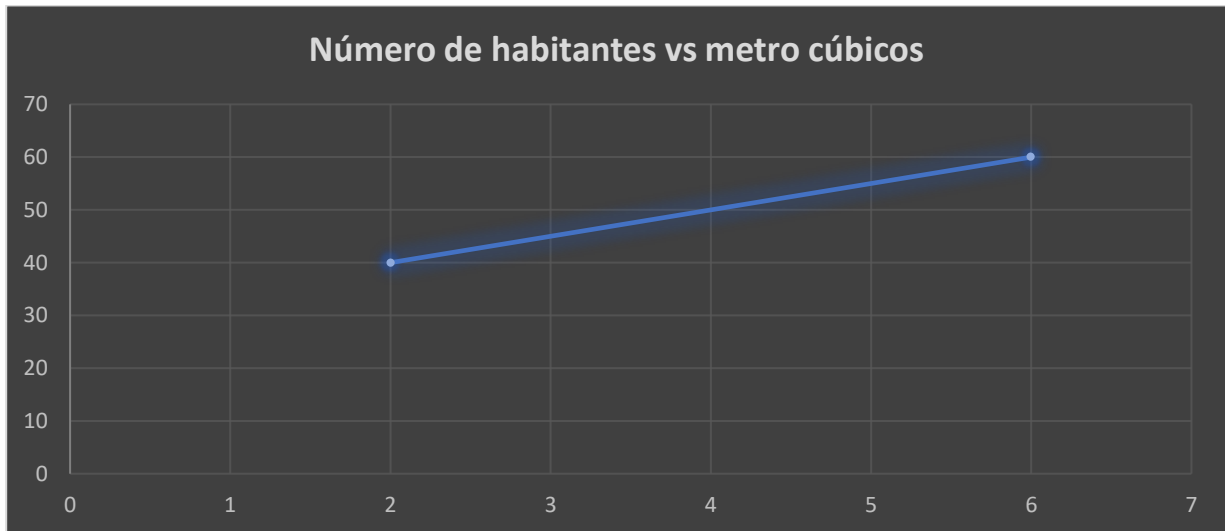
La función es  $y = mn + b$

$m$  = es la pendiente

$n$  = número de habitantes

$b$  = punto de corte

$$m = \frac{\text{consumo de agua}}{\text{número de habitantes}}$$



$$m = \frac{4000\text{m}^3 - 280\text{m}^3}{350\text{habitantes} - 40\text{habitantes}} = \frac{3720}{310} = 12 \frac{\text{m}^3}{\text{habitante}}$$

12 m<sup>3</sup> por habitante

n = número de habitantes

Nuestra función lineal es

$$301000 = 12n - 200$$

$$301000 + 200 = 12n$$

$$n = \frac{301200}{12} = 251000$$

251000 es el número de habitantes que puede haber sin que exista escasez de agua

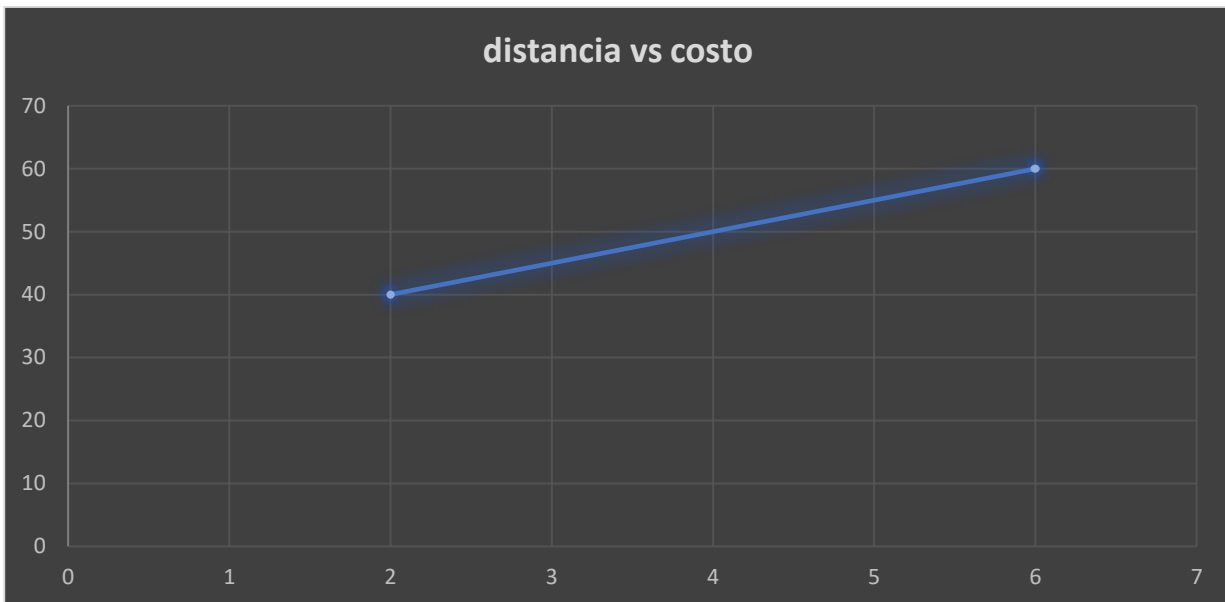


El costo de un boleto de un autobús depende de la distancia viajada. Un recorrido de 2 millas cuesta 40¢ y uno de 6 millas tiene un costo de 60¢. Determina el costo "c" de un boleto por un recorrido de "x" millas. ¿Cuánto cuesta el boleto para viajar 9 millas?

$c(9) = ?$

Por 2 millas se paga 40 centavos

Por 6 millas se paga 60 centavos



$$m = \frac{\text{costo en centavos}}{\text{distancia en millas}}$$

$$m = \frac{60 - 40}{6 - 2} = \frac{20}{4} = 5$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 40 = 5(x - 2)$$

$$y - 40 = 5x - 10$$

$$y = 5x - 10 + 40$$

$$y = 5x + 30 \text{ esta es la función}$$

$$c(x) = 5x + 30$$



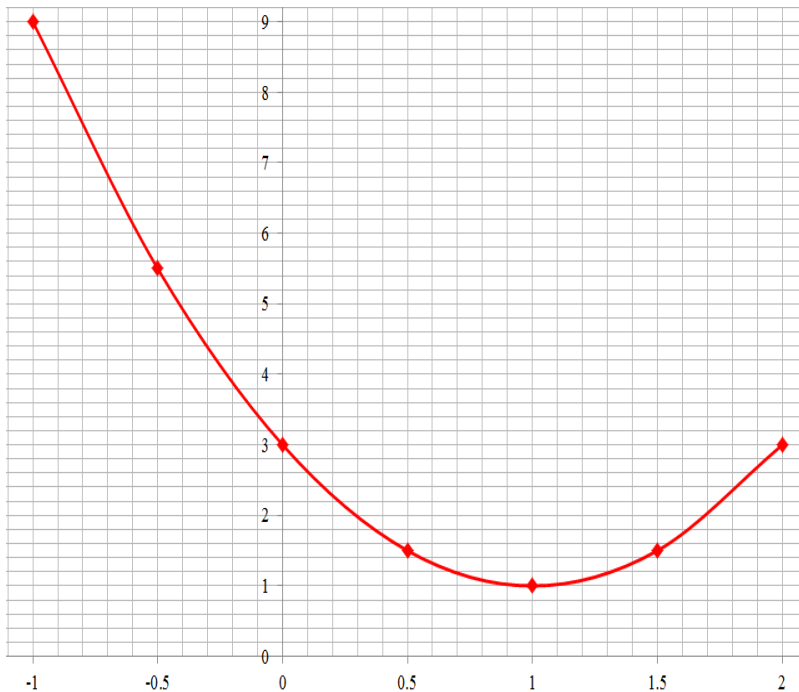
$$c(9) = 5(9) + 30 = 45 + 30 = 75$$

El boleto por viajar 9 millas es de 75 ¢

### FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$y = 2x^2 - 4x + 3$$

X	$y = 2x^2 - 4x + 3$	Y
2.0	$y = 2(2.0)^2 - 4(2.0) + 3 = 8 - 8 + 3 =$	3
1.5	$y = 2(1.5)^2 - 4(1.5) + 3 = 4.5 - 6 + 3 =$	1.5
1.0	$y = 2(1.0)^2 - 4(1.0) + 3 = 2 - 4 + 3 =$	1
0.5	$y = 2(0.5)^2 - 4(0.5) + 3 = 0.5 - 2 + 3 =$	1.5
0	$y = 2(0)^2 - 4(0) + 3 = 0 + 0 + 3 =$	3
-0.5	$y = 2(-0.5)^2 - 4(-0.5) + 3 = 0.5 + 2 + 3 =$	5.5
-1.0	$y = 2(-1.0)^2 - 4(-1.0) + 3 = 2 + 4 + 3 =$	9

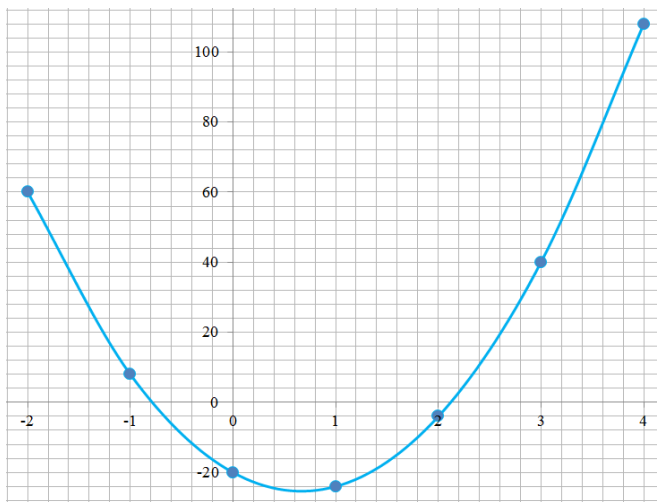




Resuelve la siguiente ecuación cuadrática

$$y=12x^2-16x-20$$

X	$y=12x^2-16x-20$	Y
4	$y=12(4)^2-16(4)-20=192-64-20=$	108
3	$y=12(3)^2-16(3)-20=108-48-20=$	40
2	$y=12(2)^2-16(2)-20=48-32-20=$	-4
1	$y=12(1)^2-16(1)-20=12-16-20=$	-24
0	$y=12(0)^2-16(0)-20=0-0-20=$	-20
-1	$y=12(-1)^2-16(-1)-20=48+32+-20=$	8
-2	$y=12(-2)^2-16(-2)-20=48+32-20=$	60



Se lanza verticalmente hacia arriba una pelota de béisbol con una velocidad cuya magnitud es de 37m/s y alcanza una altura 54.4m. ¿Cuánto tiempo tarda la pelota en llegar a ese punto?

Datos

$V_0=37\text{m/s}$   
 $h=54.4\text{m}$   
 $t=?$   
 $g=-9.8\text{m/s}^2$

Fórmula para determinar  
el tiro vertical

$$h = V_0 t + \frac{gt^2}{2}$$

Sustituimos valores

$$54.4\text{m} = 37t + \frac{(-9.8\text{m/s}^2)t^2}{2}$$

Despejamos la fórmula y la igualamos a cero

$$37t + (-4.9\text{m/s}^2)t^2 - 54.4\text{m} = 0$$



Realizamos un comparativo entre la expresión del trinomio y la fórmula.

$$ax^2+bx+c=0$$
$$(4.9m/s^2)(t^2)+37t-54.4m=0$$

Al comparar ambas expresiones tenemos que

$$ax^2= 4.9t^2 \quad bx=37t \quad c=-54.4$$

Por lo tanto, podemos hacer uso de la fórmula general.

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \quad x^2 = t^2$$
$$x = t$$

Sustituimos los valores

$$x_{1,2} = \frac{-4.9 \pm \sqrt{(37)^2 - 4(4.9)(-54.4)}}{2(4.9)} =$$

Resolvemos la parte interna de la raíz.

$$x_{1,2} = \frac{-4.9 \pm \sqrt{1369 - 1066.24}}{2(4.9)} =$$

Realizamos la resta y sacamos la raíz cuadrada

$$x_{1,2} = \frac{-4.9 \pm 17.4}{2(4.9)} =$$

$$x_{1,2} = \frac{-37+17.4}{-9.8} = \frac{19.6}{9.8} = 2$$

El tiempo que tarda en alcanzar la altura de 54.4m  $t = 2$  seg

**Se lanza una bola en un campo de juego. Su trayectoria está dada por la ecuación**

**$y = -0.005x^2 + x + 5$  donde "x" es la distancia que la bola ha viajado horizontalmente y "y" es la altura sobre el nivel del suelo. Determine la altura máxima que alcanza la bola.**

**¿Qué distancia recorre la bola horizontalmente?**

$$y = -0.005x^2 + x + 5$$

$$a = -0.005$$

$$b = 1$$



$$c=5$$

$$h = -\frac{b}{2a}$$

$$k = f(h)$$

$$v(h, k)$$

$$h = \frac{-(-1)}{2(-0.005)} = \frac{-1}{0.01} = 100$$

$$k = -0.005(100)^2 + (100) + 5$$

$$k = 55$$

$$v(100, 55)$$

$$y = -0.005x^2 + x + 5$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{(1)^2 - 4(-0.005)(5)}}{2(-0.005)} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+0.1}}{-0.01} = \frac{-1 \pm \sqrt{1.1}}{-0.01} = \frac{-1 \pm 1.048}{-0.01} = 204.8$$

La altura máxima 55m

La bola alcanza horizontalmente 100m

La distancia total 204.8m