INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARIA ACADÉMICA
DIRECCIÓN DE EDUCACION MEDIA SUPERIOR
CENTRO DE ESTUDIOS CIENTÍFICOS Y TECNOLÓGICOS No. 13
"RICARDO FLORES MAGÓN"

# G U Í A

## d e  e s t u d i o  p a r a
## presentar ETS de la
## UNIDAD DE APRENDIZAJE DE GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA

## CICLO ESCOLAR 2026-2
## TURNO VESPERTINO

**Presidente de academia:** **M. en E. Gabino Ramírez Sandoval** **Fecha de Elaboración:** **mayo 2026**

| **Área:** | **Nombre de la Unidad de Aprendizaje:** | **Nivel/semestre:** |
|---|---|---|
| **Básica** | **Geometría y Trigonometría** | **Segundo** |

**Instrucciones generales de la guía:**

**Objetivo de Aplicación:** El material sirve exclusivamente como preparación formal y autoevaluación consciente para encarar satisfactoriamente el examen de ETS (no posee un valor porcentual directo sobre la calificación del examen).

**Formato Obligatorio de Elaboración: (en caso de solicitarse para derecho a examen)**

- Debe resolverse **en su totalidad a MANO** utilizando hojas blancas tamaño carta.
- Todas las páginas entregadas deberán presentarse perfectamente **engrapadas y foliadas**.
- Los enunciados completos de cada ejercicio matemático deben ser escritos obligatoriamente con **tinta negra**.
- Los procedimientos analíticos, desarrollos algebraicos, operaciones aritméticas y trazos deben realizarse exclusivamente a **lápiz**.
- Los resultados definitivos de cada reactivo deben quedar claramente identificados y **subrayados con tinta roja**

**Presentación:**

La presente guía de estudio es un instrumento pedagógico de apoyo oficial coordinado por la **Academia de Matemáticas del CECyT 13** del Instituto Politécnico Nacional. Está dirigida de manera obligatoria a los alumnos de segundo semestre que requieren sustentar el Examen de Título de Suficiencia (ETS) o regularizar su situación académica en el área básica. Su diseño se fundamenta en el Modelo Educativo Centrado en el Aprendizaje (enfoque por competencias), buscando que el estudiante actúe de forma reflexiva y autónoma frente al objeto del conocimiento matemático.

**Objetivos**

**Objetivo General:** Desarrollar en el alumno las habilidades del pensamiento lógico-matemático mediante una actitud crítica y creativa en la solución de ejercicios y problemas aplicados a su entorno académico y social.

**Objetivos Específicos:** Capacitar al estudiante para que identifique, analice y resuelva problemas espaciales y de magnitudes mediante el uso formal de las funciones exponenciales y logarítmicas, los principios fundamentales de la geometría euclidiana y las relaciones trigonométricas.

**Justificación**

**El diseño metodológico de esta guía se justifica en la necesidad de estructurar un aprendizaje significativo a través de la organización de problemas pertinentes de complejidad progresiva. Al transitar por los lenguajes natural, simbólico y gráfico, el alumno asimila e integra el conocimiento de forma constructiva bajo un esquema de problematización continua, permitiéndole subsanar deficiencias de abstracción y prepararse de manera sólida para las asignaturas del área físico-matemática subsecuentes.**

**Estructura y contenidos**

**Unidad I: Funciones Exponenciales y Logarítmicas**

- **1.1 Concepto, propiedades y representaciones de las funciones exponenciales.**
- **1.2 Concepto, propiedades y representaciones de las funciones logarítmicas.**
- **1.3 Solución de ecuaciones exponenciales y logarítmicas mediante propiedades.**
- **1.4 Modelado y solución de problemas cotidianos de crecimiento y decaimiento exponencial.**

**Unidad II: Geometría Euclidiana**

- **2.1 Conceptos básicos de la geometría y el método axiomático deductivo.**
- **2.2 Propiedades de los triángulos, polígonos y la circunferencia.**
- **2.3 Criterios de semejanza, congruencia y aplicaciones analíticas en el entorno académico y social.**

**Unidad III: Trigonometría**

- **3.1 Identificación de funciones trigonométricas y sus propiedades en triángulos rectángulos.**
- **3.2 Demostración de identidades trigonométricas fundamentales (pitagóricas, de cociente y recíprocas).**
- **3.3 Resolución de triángulos rectángulos y oblicuángulos (Leyes de Senos y Cosenos) aplicados a las ciencias.**
- **3.4 Solución de ecuaciones trigonométricas en el ámbito académico**

**Evaluación**

**Evaluación Diagnóstica:** Aplicada al inicio del ciclo escolar para verificar la base aritmética y algebraica del alumno.

**Evaluación Formativa:** Retroalimentación continua basada en las revisiones del portafolio del alumno y la entrega analítica de las evidencias integradoras de cada RAP.

**Evaluación Sumativa (Plan institucional):** Ponderación formal por unidades:

- *Evidencia Unidad I:* Resolución de problemas de funciones exponenciales y logarítmicas.
- *Evidencia Unidad II:* Resolución de problemas con el método axiomático deductivo en geometría euclidiana .
- *Evidencia Unidad III:* Resolución de problemas de triángulos, identidades y ecuaciones trigonométricas.
- *Acreditación Extracurricular:* Aplicación presencial del examen ETS validado por la DEMS.

**Materiales para la elaboración de la guía**

Hojas blancas tamaño carta, grapas y foliador.

Bolígrafos de tinta negra y roja.

Lápiz, goma de borrar y juego geométrico completo para los trazos didácticos de la Unidad II.

*Recursos Digitales Sugeridos (Bibliografía en Línea):* Uso de simuladores interactivos, gráficos y calculadoras científicas a través de enlaces institucionales de apoyo como:

- *Plataforma Descartes:* http://www.pntic.mec.es/Descartes/index.html
- *Recursos Didácticos de la DEMS-IPN:* http://www.te.ipn.mx/webTE3/RECURSOS/asignatures/index.html

**Actividades de estudio**

**Para favorecer la asimilación del conocimiento y el éxito en la evaluación de la guía, se establecen:**

- **Trabajo Individual Autónomo: Resolución a conciencia de la batería de ejercicios de la guía de estudio en casa para favorecer el aprendizaje independiente.**
- **Trabajo en Equipo: Sesiones de estudio cooperativo y discusión de estrategias de planteamiento analítico de problemas.**
- **Asesorías Académicas: Asistencia programada a las sesiones complementarias de Geometría y Trigonometría impartidas por los profesores de la academia dentro del plantel.**

**Información adicional**

Carga Horaria: El programa de Geometría y Trigonometría consta de un total de 90 horas globales distribuidas en 18 semanas por semestre.
Distribución: Se asignan 4 horas semanales de clases teóricas y prácticas en el aula (72 horas totales) y 1 hora semanal independiente fuera del aula (18 horas totales) para el desarrollo autónomo de guías e investigaciones formativas.
Vigencia: Plan de estudios avalado por la Secretaría Académica y la Dirección de Educación Media Superior (DEMS).

**Bibliografía básica**

**Baldor, A. *Geometría Plana y del Espacio con Trigonometría*. Publicaciones Cultural.**
**Swokowski, E. W., & Cole, J. A. *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica*. Cengage Learning.**
**Bancos de Reactivos institucionales de la Dirección de Educación Media Superior (DEMS), IPN.**

**Integrantes de la academia**

**Beltrán Corona Juan José**

**Castillejos Domínguez Liliana**

**Domínguez Galván Julio Cesar**

**Gutiérrez Morán Jesús**

**Ramírez Sandoval Gabino**

**Romero Flores Yazmín**

**Velázquez Arteaga Lino Jesús**

## FUNCIONES EXPONENCIALES

**Resuelve la siguiente función exponencial y completa los valores de la tabla.**

$f(x)=3^{x-3}$

| X | f(x) |
|---|---|
| 5 | |
| 4.5 | |
| 4 | |
| 3.5 | |
| 3 | |
| 2 | |
| 1 | |
| 0 | |
| -1 | |

$y=3^{x-3}=3^{5-3}=3^{2}=9$

$y=3^{x-3}=3^{4.5-3}=3^{1.5}=5.19$

$y=3^{x-3}=3^{4-3}=3^{1}=3$

$y=3^{x-3}=3^{3.5-3}=3^{0.5}=1.73$

$y=3^{x-3}=3^{3-3}=3^{0}=1$

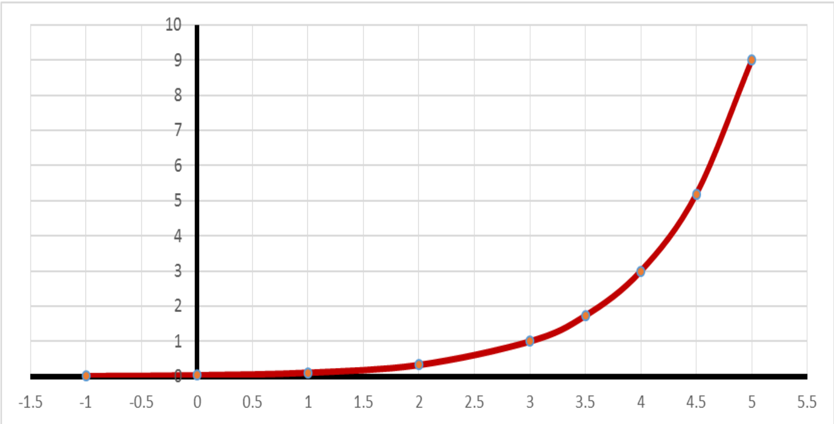
$y=3^{x-3}=3^{2-3}=3^{-1}=0.33$

$y=3^{x-3}=3^{1-3}=3^{-2}=0.11$

$y=3^{x-3}=3^{0-3}=3^{-3}=0.037$

$y=3^{x-3}=3^{-1-3}=3^{-4}=0.012$

| X | f(x) |
|---|---|
| 5 | 9 |
| 4.5 | 5.19 |
| 4 | 3 |
| 3.5 | 1.73 |



| | |
|---|---|
| 3 | 1 |
| 2 | 0.33 |
| 1 | 0.11 |
| 0 | 0.037 |
| -1 | 0.012 |

**Resuelve la siguiente función exponencial y completa los valores de la tabla.**

$f(x)=4^{x+2}$

| X | f(x) |
|---|---|
| 1.2 | |
| 0.8 | |
| 0.4 | |
| 0 | |
| -0.4 | |
| -0.8 | |
| -1.2 | |
| -1.6 | |
| -2 | |

$y=4^{1.2+2}=4^{3.2}=84.44$

$y=4^{0.8}+2=4^{2.8}=48.50$

$y=4^{0.4+2}=4^{2.4}=27.85$

$y=4^{0+2}=4^{2}=16$

$y=4^{-0.4+2}=4^{1.6}=9.18$

$y=4^{-0.8+2}=4^{1.2}=5.27$

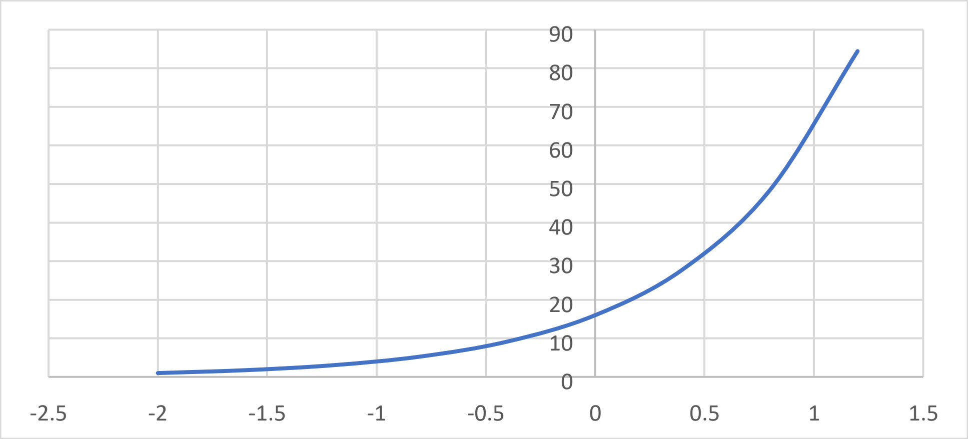
$y=4^{-1.2+2}=4^{0.8}=3.03$

$y=4^{-1.6+2}=4^{0.4}=1.74$

$y=4^{-2+2}=4^{0}=1$

| X | f(x) |
|---|---|
| 1.2 | 84.44 |
| 0.8 | 48.50 |

| | |
|---|---|
| 0.4 | 27.85 |
| 0 | 16 |
| -0.4 | 9.18 |
| -0.8 | 5.27 |
| -1.2 | 3.03 |
| -1.6 | 1.74 |
| -2 | 1 |



**Resuelve la expresión logarítmica para x:**

**$\log_5(x)=2$**

Muchas de las ecuaciones logarítmicas son resueltas más fácilmente al reescribirlas como ecuaciones exponenciales.

Entonces, podemos reescribir a la función logarítmica de la siguiente manera:

$\log_5(x)=2$

$5^2=x$

$x=25$

**Escribe el logaritmo equivalente de $6^3=216$.**

En este caso, la base es igual a 6, el exponente es 3 y el argumento es 216. Entonces, la función logarítmica equivalente es:
$\log_6(216)=3$

**Reescribe a la función exponencial $8^2=64$ a su función logarítmica equivalente.**
En la función exponencial $8^2=64$, la base es 8, el exponente es 2 y el argumento es 64.

$8^2=64$ en función logarítmica es:

$\log_8(64)=2$

**Escribe el logaritmo equivalente de $6^3=216$.**

En este caso, la base es igual a 6, el exponente es 3 y el argumento es 216. Entonces, la función logarítmica equivalente es:
$\log_6(216)=3$

**Resuelve para *x* en la siguiente función logarítmica:**

**$\log_2(x-1) = 5$**

Para facilitar la resolución, reescribimos al logaritmo en forma exponencial:

$\log_2( x – 1 ) = 5$

$x - 1 = 2^5$

Ahora, tenemos una ecuación algebraica y fácilmente podemos resolver para x:

$x – 1 = 32$
$x = 32 + 1$
$x = 33$
**log (x) = log (2) + log (5).**

Aquí, tenemos que usar la regla del producto para combinar los logaritmos de la parte derecha de la expresión:

$\log (x) = \log (2) + \log (5)$

$\log(x) = \log ( 2 \times 5 )$

$\log(x) = \log ( 10 )$

$x = 10$

**Resuelve la función logarítmica**
$\log_x (4x-3) = 2$

Tenemos que escribir al logaritmo en forma exponencial para facilitar la resolución del problema:
$\log_x ( 4x – 3 ) = 2$
$x^2 = 4x – 3$

Ahora, tenemos una ecuación cuadrática, la cual podemos resolver usando factorización:
$x^2 = 4x-3$
$x^2 - 4x + 3 = 0$
$( x – 1 )( x – 3 ) = 0$
$( x – 1 )( x – 3 ) = 0$
$x = 1$ ó $x = 3$

La base de un logaritmo nunca puede ser igual a 1, por lo que la solución a la función logarítmica es x=3

$\mathbf{3^x = 27}$

Podemos escribir 27 como la potencia $3^3=27$ para tener potencias con la misma base (base 3)

$3^x = 3^3$

Tenemos una igualdad entre dos potencias con la misma base. Para que se cumpla, ambas potencias deben tener el mismo exponente:

$$x = 3$$

Luego la solución de la ecuación exponencial es $x = 3$

**$2^{x+2} = 16$**

Escribimos 16 como una potencia de base 2:
$16 = 2^4$

Entonces, podemos reescribir la ecuación como
$2^{x+2} = 2^4$

Por tanto, igualando los exponentes, tenemos una ecuación de primer grado:
$x + 2 = 4$
$x = 4 – 2 = 2$ $\qquad x = 2$

**$2^{x+1} + 2^{x-1} = 20$**

$2^{x+1} = 2^x \cdot 2^1 = 2^x \cdot 2$

$2^{x-1} = 2^x \cdot 2^{-1} = \frac{2^x}{2}$

$2^x \cdot 2 + \frac{2^x}{2} = 20$

$2^x \left(2 + \frac{1}{2}\right) = 20$

$2^x\left(\frac{4+1}{2}\right)=20$

$2^x - \frac{5}{2} = 20$

$2^x = 20 \cdot \frac{5}{2}$

$2^x = 8 = 2^3$ $\qquad$ $x= 3$

**$(2^{x+1})^2 = 64$**

$64 = 2^6$
$2^{2(x+1)} = 2^6$
$2^{2x+2} = 2^6$
$2x + 2 = 6$
$2x = 4$
$X=4/2$
$X = 2$

**$3^{2x-5} + 3^{x-1} = 12$**

**$3^{2x-5} + 3^{x-1} = 12$**

$3^{2x-2} = 3^{2x} \cdot 3^{-2} = (3^x)^2 \cdot 3^{-2} = \frac{(3^x)^2}{3^2}$

$\mathbf{3^{x-1} = 3^x \cdot 3^{-1} = \frac{3^x}{3}}$

Reescribimos la ecuación como

$\frac{(3^x)^2}{3^2} + \frac{3^x}{3} = 12$

aplicamos un cambio de variable

$t = 3^x$ $\quad$ $t^2 = (3^x)^2$

$$\frac{t^2}{3^2} + \frac{t}{3} = 12$$

$$\frac{t^2}{9} + \frac{t}{3} - 12 = 0$$

$$9\left(\frac{t^2}{9} + \frac{t}{3} - 12\right) = (0)9$$

$t^2 + 3t - 108 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{(3)^2 - 4(1)(-108)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 432}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{441}}{2} =$$

$$x = \frac{-3 + 21}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

$$x = \frac{-3 - 21}{2} = \frac{-24}{2} = -12$$

$3^x = 9$

$3^x = 9 = 3^2$ $\qquad$ $x = 2$

**$4^{x+1} + 2^{x+3} = 320$**

$4^{x+1} = 4^x \cdot 4^1 =$

$(2^2)^x \cdot 4 = 4 \cdot 2^{2x}$

$2^{x+3} = 2^x \cdot 2^3 = 8 \cdot 2^x$

$4 \cdot 2^{2x} + 8 \cdot 2^x = 320$

$t = 2^x$ $\qquad$ $t^2 = (2^x)^2 = 2^{2x}$

$4t^2 + 8t = 320$

$4(4t^2 + 8t) = 4(320)$

$t^2 + 2t – 80 = 0$

$$t= \frac{-2 \pm \sqrt{(2)^2-4(1)(-80)}}{2(1)} =$$

$$t= \frac{-2 \pm \sqrt{4+320}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{324}}{2} = \frac{-2\pm 18}{2}$$

$$t=\frac{-2+18}{2}=\frac{16}{2}=8$$

$$t= \frac{-2-18}{2} = \frac{-20}{2}=-10$$

$2^x = t = 8$

$t = 8 = 2^3$

$2^x = 2^3 \qquad x = 3$

**$9^{x+1} + 3 = 28 \cdot 3^x$**

$9^{x+1} = 9^x \cdot 9^1 =$

$(3^2)^x \cdot 9^1 = 9 \cdot 3^{2x}$

$9 \cdot 3^{2x} + 3 = 28 \cdot 3^x$

$9 \cdot 3^{2x} - 28 \cdot 3^x + 3 = 0$

$t = 3^x \qquad t^2 = (3^x)^2 = 3^{2x}$

$9t^2 - 28t + 3 = 0$

$$t=\frac{-(-28)\pm\sqrt{(-28)^2-4(9)(3)}}{2(9)}$$

$$t=\frac{28\pm\sqrt{784-108}}{18}=\frac{28\pm\sqrt{676}}{18}=\frac{28\pm 26}{18}$$

$$t=\frac{28+26}{18}=\frac{54}{18}=3$$

$$t=\frac{28-26}{18}=\frac{2}{9}=\frac{1}{9}$$

$3=3^1$

$\frac{1}{9}=\frac{1}{3^2}=3^{-2}$ La ecuación tiene dos soluciones x = 1 x = -2

**$3^{2x+2} + 3^{x+2} = 4$**

$3^{2x+2} = 3^{2x}\cdot 3^2 = (3^x)^2\cdot 3^2$

$3^{x+2} = 3^x \cdot 3^2$

$(3^x)^2 \cdot 3^2 + 3^x \cdot 3^2 = 4$

Cambio de variable

$3^x = t$ $(3^x)^2 = t$

$3^2 \cdot t^2 + 3^2 \cdot t = 4$

$9t^2 + 9t - 4 = 0$

$$t=\frac{-9\pm\sqrt{(9)^2-4(9)(-4)}}{2(9)}=$$

$$t=\frac{-9\pm\sqrt{81+144}}{18}=\frac{-9\pm\sqrt{225}}{18}=\frac{-9\pm 15}{18}$$

$$t=\frac{-9+15}{18}=\frac{6}{18}=\frac{1}{3}$$

$$t=\frac{-9-15}{18}=\frac{-24}{18}=-\frac{4}{3}$$

$3^x=\frac{1}{3}$

$3^x=\frac{1}{3}=3^{-1}$

$x= -1$

$\mathbf{2^{2x}+ 4^{x-1} + 44 = 2^{2x+2}}$

$4^{x-1}=4^x\cdot 4^{-1} = \frac{(2^2)^x}{4}=\frac{2^{2x}}{4}$

$2^{2x+2}= 2^{2x}\cdot 2^2=4 \cdot 2^{2x}$

$2^{2x}+ \frac{2^{2x}}{4} + 44 = 4 \cdot 2^{2x}$

$t^2 + \frac{t^2}{4} + 44 = 4t^2$

$t^2\left(1+ \frac{1}{4} - 4\right)+ 44=0$

$-\frac{11}{4}t^2 = - 44$

$\frac{11}{4}t^2 = 44$

$t^2=44\cdot\frac{4}{11}=16$

$t=\pm\sqrt{16}=\pm 4$

$2^x = t = 4$

$x = 2$

## GRADOS Y RADIANES

**Convierte 13° a minutos.**

$$\frac{13°}{1}\left(\frac{60min}{1°}\right)=\frac{(13°)(60min)}{1°}=780min$$

**Convierte 75° a minutos.**

$$\frac{75°}{1}\left(\frac{60min}{1°}\right)=\frac{(75°)(60min)}{1°}=4500min$$

**Convierte 57° a minutos.**

$$\frac{57°}{1}\left(\frac{60min}{1°}\right)=\frac{(57°)(60min)}{1°}=3420min$$

**Convierte 17´ a segundos**

$$\frac{17´}{1}\left(\frac{60seg}{1´}\right)=\frac{(17´)(60")}{1´}=1020"$$

**Convierte 36´ a segundos**

$$\frac{36´}{1}\left(\frac{60seg}{1´}\right)=\frac{(36´)(60")}{1´}=2160"$$

**Convierte 108° a minutos.**

$$\frac{108°}{1}\left(\frac{60min}{1°}\right)=\frac{(108°)(60min)}{1°}=6480min$$

**Convierte 93´ a segundos**

$$\frac{93´}{1}\left(\frac{60seg}{1´}\right)=\frac{(93´)(60")}{1´}=5800"$$

**Convierte 127´ a segundos**

$$\frac{127'}{1}\left(\frac{60seg}{1'}\right)=\frac{(127')(60'')}{1'}=7620''$$

**Convierte 5400" a grados**

$$\frac{5400''}{1}\left(\frac{1'}{60''}\right)\left(\frac{1°}{60'}\right)=\frac{(5400'')(1')}{3600''}=1.5°$$

**Convierte 99000" a grados**

$$\frac{99000''}{1}\left(\frac{1'}{60''}\right)\left(\frac{1°}{60'}\right)=\frac{(99000'')(1')}{3600''}=27.5°$$

**Convierte 72000" a grados**

$$\frac{72000''}{1}\left(\frac{1'}{60''}\right)\left(\frac{1°}{60'}\right)=\frac{(72000'')(1')}{3600''}=20°$$

**Convierte 420´ a grados**

$$\frac{420'}{1}\left(\frac{1°}{60'}\right)=\frac{(420')(1°)}{60'}=7°$$

**Convierte 64800" a grados**

$$\frac{64800''}{1}\left(\frac{1'}{60''}\right)\left(\frac{1°}{60'}\right)=\frac{(64800'')(1')}{3600''}=18°$$

**Convierte 1260´ a grados**

$$\frac{1260´}{1}\left(\frac{1°}{60´}\right)=\frac{(1260´)(1°)}{60´}=21°$$

**Convierte 960´ a grados**

$$\frac{960´}{1}\left(\frac{1°}{60´}\right)=\frac{(960´)(1°)}{60´}=16°$$

**Convierte 1740´ a grados**

$$\frac{1740´}{1}\left(\frac{1°}{60´}\right)=\frac{(1740´)(1°)}{60´}=29°$$

**Convierte 840´ a grados**

$$\frac{840´}{1}\left(\frac{1°}{60´}\right)=\frac{(840´)(1°)}{60´}=14°$$

**Convierte 1.75 radianes a grados.**

$$1.75\text{rad}\left(\frac{180°}{\pi\text{rad}}\right)=\frac{(1.75\text{rad})(180°)}{3.1416\text{rad}}=\frac{315}{3.1416}=100.26$$

El resultado final es 100.26°

**Convierte 0.875radianes a grados.**

$$0.875\text{rad}\left(\frac{180°}{\pi\text{rad}}\right)=\frac{(0.875\text{rad})(180°)}{3.1416\text{rad}}=\frac{157.5}{3.1416}$$

Ahora simplificamos

$$\frac{157.5}{3.1416}=50.13°$$

El resultado final es 50.13°

**Convierte 6.28 radianes a grados.**

$$6.28\text{rad}\left(\frac{180°}{\pi\text{rad}}\right)=\frac{(6.28\text{rad})(180°)}{3.1416\text{rad}}=\frac{1130.4}{3.1416}=359.81$$

El resultado final es 359.81°

**Convierte 4.71 radianes a grados.**

$$4.71\text{rad}\left(\frac{180°}{\pi\text{rad}}\right)=\frac{(4.71\text{rad})(180°)}{3.1416\text{rad}}=\frac{847.8}{3.1416}=269.86$$

El resultado final es 269.86°

**Convierte $\frac{11}{6}$ πrad a grados.**

$$\frac{11\pi}{6}\text{rad}\left(\frac{180°}{\pi\text{rad}}\right)=\frac{(11\pi\text{rad})(180°)}{6(\pi\text{rad})}=\frac{(11)(180°)}{(6)}$$

Ahora simplificamos

$$\frac{1980°}{6}=$$

El resultado final es 330°

**Convierte $\frac{\pi rad}{6}$ a grados.**

$$\frac{\pi}{6}\text{rad}\left(\frac{180°}{\pi\text{rad}}\right)=\frac{(\pi\text{rad})(180°)}{6(\pi\text{rad})}=\frac{(1)(180°)}{(6)}=30°$$

El resultado final es 30°

**Convierte $\frac{11\ \pi rad}{12}$ a grados.**

$$\frac{11\pi}{12}\text{rad}\left(\frac{180°}{\pi\text{rad}}\right)=\frac{(11\pi\text{rad})(180°)}{12(\pi\text{rad})}=\frac{(11)(180°)}{(12)}=\frac{1980}{12}=165$$

El resultado final es 165°

**Convierte $\frac{7\ \pi rad}{6}$ a grados.**

$$\frac{7\pi}{6}\text{rad}\left(\frac{180°}{\pi\text{rad}}\right)=\frac{(7\pi\text{rad})(180°)}{6(\pi\text{rad})}=\frac{(7)(180°)}{(6)}=\frac{1260}{6}=210$$

El resultado final es 210°

**Convierte $\frac{17}{12}\pi rad$ a grados.**

$$\frac{17}{12}\pi\text{rad}\left(\frac{180°}{\pi\text{rad}}\right)=\frac{(17\pi\text{rad})(180°)}{12(\pi\text{rad})}=\frac{(17)(180°)}{12}=$$

Ahora simplificamos

$$\frac{3060°}{12}=\frac{1530°}{6}=\frac{765°}{3}=255°$$

El resultado final es 255°

**Convierte $\frac{5\ \pi rad}{12}$ a grados.**

$$\frac{5\pi}{12}\text{rad}\left(\frac{180°}{\pi\text{rad}}\right)=\frac{(5\pi\text{rad})(180°)}{12(\pi\text{rad})}=\frac{(5)(180°)}{(12)}=\frac{900°}{12}=75°$$

El resultado final es 75°

**Convierte 2.355rad a grados.**

$$2.355\pi\text{rad}\left(\frac{180°}{\pi\text{rad}}\right)=\frac{(2.355\text{rad})(180°)}{3.1416\text{rad}}=\frac{423.9}{3.1416}$$

El resultado final es **134.93°**

**Convierte 0.7065rad a grados.**

$$0.7065\pi\text{rad}\left(\frac{180°}{\pi\text{rad}}\right)=\frac{(0.7065\text{rad})(180°)}{3.1416\text{rad}}=\frac{127.17}{3.1416}$$

**Convierte 0.7854rad a grados.**

$$0.7854\pi\text{rad}\left(\frac{180°}{\pi\text{rad}}\right)=\frac{(0.7854\text{rad})(180°)}{3.1416\text{rad}}=\frac{141.372}{3.1416}$$

El resultado final es **45°**

El resultado final es **40.79°**

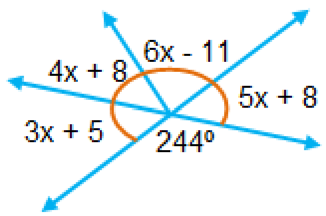
**Convierte 1.5533rad a grados.**

$$1.5533\pi\text{rad}\left(\frac{180°}{\pi\text{rad}}\right)=\frac{(1.5533\text{rad})(180°)}{3.1416\text{rad}}=\frac{279.594}{3.1416}$$

El resultado final es **88.99°**

## ÁNGULOS

**¿Calcula el valor de "x", así mismo determina el valor de cada ángulo?**




Sumamos los cuatro ángulos y los igualamos a 244º

$$\begin{array}{r} 4x + 8 \\ 3x + 5 \\ 6x - 11 \\ 5x + 8 \\ \hline 18x + 10 = 244^{\circ} \end{array}$$

Despejamos la variable "x", $18x + 10 = 244^{\circ}$

El número 10 está sumando, pasa al lado contrario restando

$18x = 244 - 10$

$18x = 234$

El número 18 está multiplicando, pasa dividiendo.

$$x = \frac{234}{18}$$

$x = 13$

Sustituimos el valor en cada uno de los ángulos.

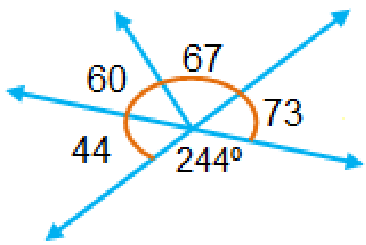
$3(13) + 5 = 39 + 5 = 44$

4(13) + 8 = 52 + 8 = 60

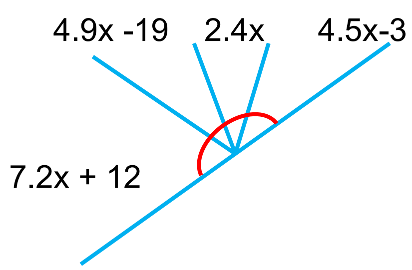
6(183) - 11 = 78 - 11= 67

5(13) + 8 = 65 + 8 = 73

44 + 60 + 67 + 73 = 244º




**¿Calcula el valor de “x”, así mismo determina el valor de cada ángulo?**



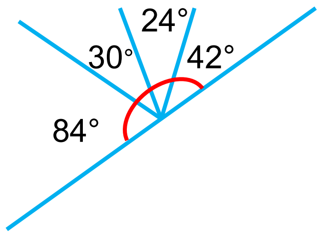

Sumamos e igualamos a 180°

$$\begin{array}{l} 7.2x + 12 \\ 4.9x - 19 \\ 2.4x \\ 4.5x - 3 \\ \hline 19x - 10 = 180 \end{array}$$

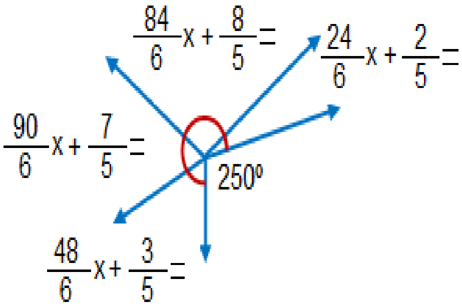
$$x = \frac{180 + 10}{19} = 10$$

Sustituimos el valor en cada uno de los ángulos.

7.2(10) + 12 = 72 + 12 = 84
4.9(10) - 19 = 49 – 19 = 30
2.4(10) = 24
4.5(10) – 3 = 45 – 3 = 42




**¿Calcula el valor de “x”, así mismo determina el valor de cada ángulo?**




Sumamos los cuatro ángulos y los igualamos a 250º

$$\begin{array}{l} \frac{84}{6}x + \frac{8}{5} = \\ \frac{90}{6}x + \frac{7}{5} = \\ \frac{48}{6}x + \frac{3}{5} = \\ \frac{24}{6}x + \frac{2}{5} = \\ \hline 41x + \ \ 4 \ = 250^{o} \end{array}$$

Despejamos la variable "x",

41x + 4 =250°

El número 4 está sumando, pasa al lado contrario restando

$$41x = 250 - 4$$

$$41x = 246$$

El número 41 está multiplicando, pasa dividiendo.

$$x=\frac{250-4}{41}$$

x=6

Sustituimos el valor en cada uno de los ángulos.

$$\frac{84}{6}(6)+\frac{8}{5}=84+\frac{8}{5}=$$

$$\frac{420+8}{5}=85.6$$

$$\frac{24}{6}(6)+\frac{2}{5}=24+\frac{2}{5}=$$

$$\frac{120+2}{5}=24.4$$

$$\frac{90}{6}(6)+\frac{7}{5}=90+\frac{7}{5}=$$

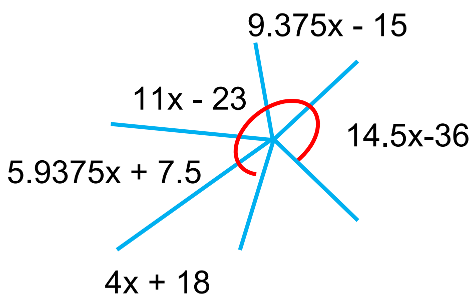
$$\frac{450+7}{5}=91.4$$

$$\frac{48}{6}(6)+\frac{3}{5}=48+\frac{3}{5}=$$

$$\frac{240+3}{5}=48.6$$

**85.6+24.4+91.4+48.6=250**

**¿Calcula el valor de “x”, así mismo determina el valor de cada ángulo?**



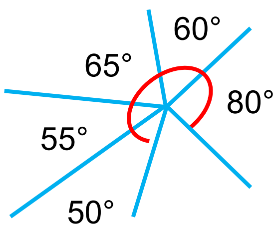

Sumamos e igualamos a 310°

$$\begin{array}{r} 14.5x - 36 \\ 9.375x - 15 \\ 11x - 23 \\ 5.9375x + 7.5 \\ 4x + 18 \\ \hline 44.8125x - 48.5 = 310 \end{array}$$

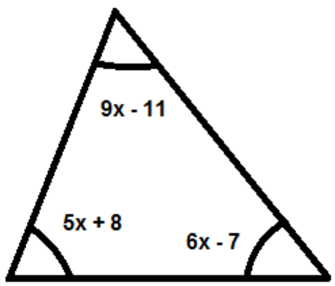
$$x = \frac{310 + 48.5}{44.8125} = \frac{358.5}{44.8125} = 8$$

Sustituimos el valor en cada uno de los ángulos.

$14.5(8) - 36 = 116 - 36 = 80$
$9.375(8) - 15 = 75 - 15 = 60$
$11(8) - 23 = 88 - 23 = 65$
$5.9375(8) + 7.5 = 47.5 + 7.5 = 55$
$4(8) + 18 = 32 + 18 = 50$




**Encuentra el valor de "x", y cuánto vale cada ángulo.**




Sumamos los tres ángulos y los igualamos a 180°.

$$\begin{array}{r} 9x - 11 \\ 5x + 8 \\ 6x - 7 \\ \hline 20x - 10 \end{array}$$

20x-10=180°

Despejamos a "x", el 10 está restando pasa al lado contrario sumando.
20x=180° +10

$20x=190°$

El 20 multiplica a la "x" pasa dividiendo

$x= \frac{190°}{20}$

$X= 9.5$

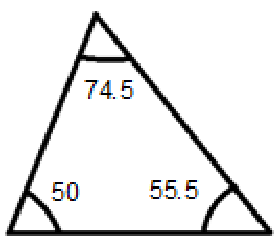
Sustituimos a "x" en cada una de las ecuaciones.

$9x-11=9(9.5)-11=74.5$

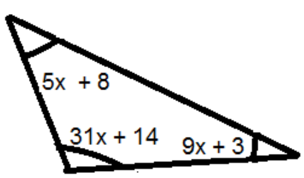
$5x+8=5(9.5)+8=55.5$

$6x-7=6(9.5)-7=50$

$74.5 + 55.5 + 50 = 180$




**Encuentra el valor de "x", y cuánto vale cada ángulo.**




Sumamos los tres ángulos y los igualamos a 180°.

$$\begin{array}{r} 5x + 8 \\ 31x + 14 \\ 9x + 3 \\ \hline 45x + 25 \end{array}$$

45x+25=180°

Despejamos a "x"
El 25 está sumando pasa al lado contrario restando.

45x = 180°- 25

45x = 155°

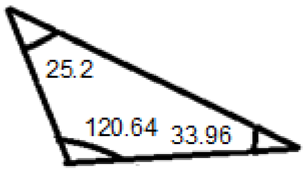
El 45 multiplica a la "x" pasa dividiendo

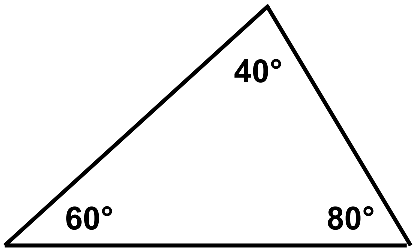
$$x= \frac{155°}{45}$$

x=3.44

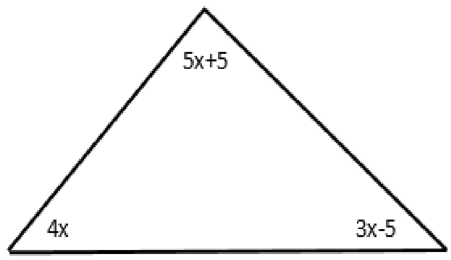
Sustituimos a "x" en cada una de las ecuaciones.
5x+8=5(3.44)+8=25.2
31x+14=31(3.44)+14=120.64
9x+3=9(3.44)+3=33.96

25.2 + 120.64 + 33.96=179.8




**Encuentra el valor de "x", y cuánto vale cada ángulo.**




Sumamos los tres ángulos y los igualamos a 180°.

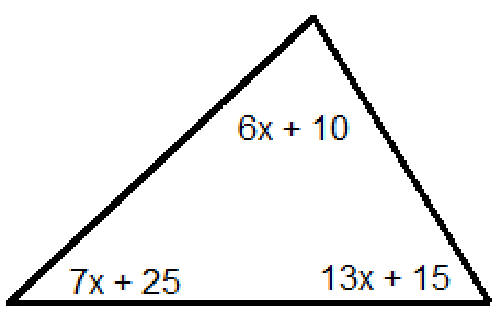
$$\begin{array}{l} 4x \\ 5x + 5 \\ 3x - 5 \\ \hline 12x = 180° \end{array}$$

Despejamos a “x”

$$x = \frac{180}{12} = 15$$

$$\begin{aligned} 4(15) &= 60 \\ 5(15) + 5 &= 80 \\ 3(15) - 5 &= 40 \end{aligned}$$

**Encuentra el valor de “x”, y cuánto vale cada ángulo.**



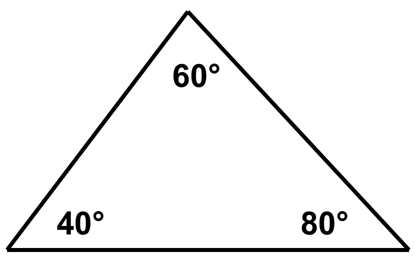

Sumamos los tres ángulos y los igualamos a 180°.

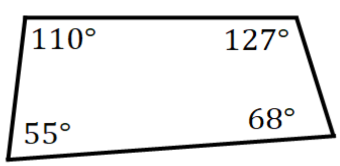
$$\begin{array}{r} 6x + 10 \\ 7x + 25 \\ 13x + 15 \\ \hline 26x + 50 = 180° \end{array}$$

Despejamos a “x”

$$x = \frac{180 - 50}{26} = \frac{130}{26} = 5$$

$6(5) + 10 = 30 + 10 = 40$
$7(5) + 25 = 35 + 25 = 60$
$13(5) + 15 = 65 + 15 = 80$




Sumamos los cuatro ángulos y los igualamos a 360°.

$$\begin{array}{r} 6x + 8 \\ 7x - 15 \\ 9x + 20 \\ 11x + 17 \\ \hline 33x + 30 \end{array}$$

$33x + 30 = 360°$

Despejamos a "x"
El 30 está sumando pasa al lado contrario restando.

$$33x=360°-30$$

$$33x=330°$$

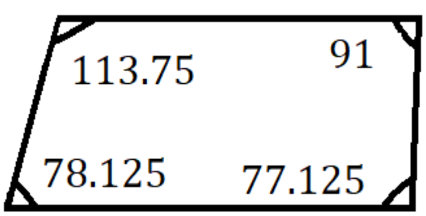
El 33 multiplica a la "x" pasa dividiendo

$$x=\frac{330°}{33}$$

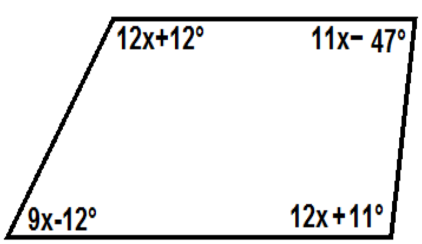
x= 10

Sustituimos a "x" en cada una de las ecuaciones.

6x+8=6(10)+8=68
7x-15=7(10)-15=55
9x+20=9(10)+20=110
11x+17=11(10)+17=127
68 + 55 + 110 + 127 =360




**Encuentra el valor de "x", y cuánto vale cada ángulo.**



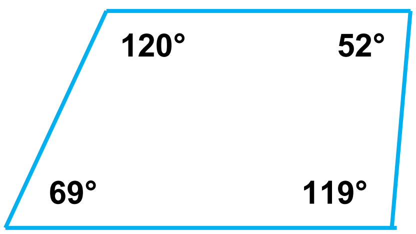

Sumamos los cuatro ángulos y los igualamos a 360°.

**12x + 12°**

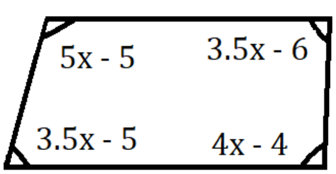
$$\begin{array}{r} 11x - 47° \\ 9x - 12° \\ 12x + 11° \\ \hline 44x - 36° = 360° \end{array}$$

$$x = \frac{360° + 36°}{44} = \frac{396°}{44} = 9°$$

$$\begin{array}{rr} 12(9) + 12° = & 120° \\ 11(9) - 47° = & 52° \\ 9(9) - 12° = & 69° \\ 12(9) + 11° = & 119° \\ \hline & 360° \end{array}$$




**Encuentra el valor de “x”, y cuánto vale cada ángulo.**




Sumamos los cuatro ángulos y los igualamos a 360°.

$$\begin{array}{r} 4x - 4 \\ 3.5x - 6 \\ 5x - 5 \\ 3.5x - 5 \\ \hline 16x - 20 \end{array}$$

16x-20=360°

Despejamos a "x"

El 20 está restando pasa al lado contrario sumando.

16x=360°+20
16x=380°

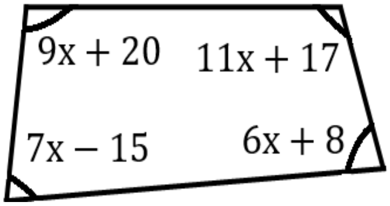
El 16 multiplica a la "x" pasa dividiendo

$$x= \frac{380°}{16}$$

x= 23.75

Sustituimos a "x" en cada una de las ecuaciones.
4x-4=4(23.75)-4=91
3.5x-6=3.5(23.75)-6=77.125
5x-5=5(23.75)-5=113.75
3.5x-5=3.5(23.75)-5=78.125
68 + 55 + 110 + 127 =360

**Encuentra el valor de "x", y cuánto vale cada ángulo.**




**117°** **105.5°**

## POLÍGONOS

**¿Cuál es la suma de los ángulos interiores de un heptágono?**

Un heptágono es un polígono de 7 lados, por lo que n=7

$$S = (n-2)180^\circ = (7-2)(180^\circ) = (5)(180^\circ) = 900^\circ$$

**¿Cuál es el valor del ángulo exterior de un nonágono?**

Un nonágono tiene 9 lados, por lo que n=9

$$e = \frac{360^\circ}{n} = \frac{360^\circ}{9} = 40^\circ$$

**¿Cuál es el valor del ángulo interior de un pentadecágono?**

Un pentadecágono tiene 15 lados, por lo que n=15

$$i = \frac{(n-2)180^\circ}{n} = \frac{(15-2)(180^\circ)}{15} = \frac{(13)(180^\circ)}{15} = \frac{2340}{15} = 156^\circ$$

**¿Cuál es el valor del ángulo interior de un decágono?**

Un decágono tiene 10 lados, por lo que n=10

$$i = \frac{(n-2)180^\circ}{n} = \frac{(10-2)(180^\circ)}{10} = \frac{(8)(180^\circ)}{10} = \frac{1440}{10} = 144^\circ$$

**¿Cuál es el valor del ángulo exterior de un icoságono?**

Un icoságono tiene 20 lados, por lo que n=20

$$e = \frac{360^\circ}{n} = \frac{360^\circ}{20} = 18^\circ$$

**¿Cuál es la suma de los ángulos interiores de un tridecágono?**

Un tridecágono es un polígono de 13 lados, por lo que n=13

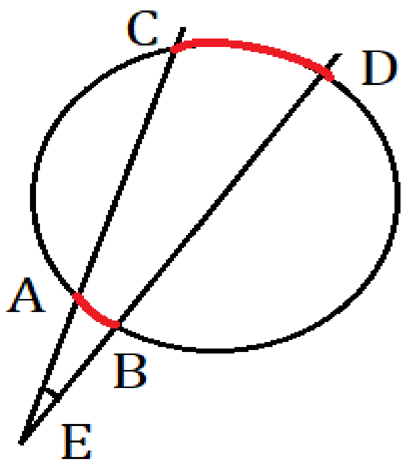
$$S = (n-2)180^\circ = (13-2)(180^\circ) = (11)(180^\circ) = 1980^\circ$$

| Nombre del Polígono | Número de lados | Número de diagonales $D=\frac{n(n-3)}{2}$ | Número de Triángulos | Ángulo interior $i=\frac{(n-2)180°}{n}$ | Suma de los ángulos interiores del triángulo $S=(n-2)180°$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Triangulo | 3 | 0 | 0 | 60° | 180 |
| Cuadrado | 4 | 2 | 2 | 90° | 360 |
| Pentágono | 5 | 5 | 3 | 108° | 540 |
| Hexágono | 6 | 9 | 4 | 120° | 720° |
| Heptágono | 7 | 14 | 5 | 128.57° | 900° |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Octágono | 8 | 20 | 6 | 135° | 1080° |
| Nonágono | 9 | 27 | 7 | 140° | 1260° |
| Decágono | 10 | 35 | 8 | 144° | 1440° |
| Undecágono | 11 | 44 | 9 | 147.27 | 1620° |
| Dodecágono | 12 | 54 | 10 | 150 | 1800° |
| Tridecágono | 13 | 65 | 11 | 152.30 | 1980 |
| Tetradecágono | 14 | 77 | 12 | 154.28 | 2160 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Pentadecágono | 15 | 90 | 13 | 156 | 2340 |
| Hexadecágono | 16 | 104 | 14 | 157.5 | 2520 |
| Heptadecágono | 17 | 119 | 15 | 158.82 | 2700 |
| Octadecágono | 18 | 135 | 16 | 160 | 2880 |
| Eneadecágono | 19 | 152 | 17 | 161.05 | 3060 |
| Icoságono | 20 | 170 | 18 | 162 | 3240 |

**Encuentra el valor del ángulo E, si el arco AB vale 63° y el arco CD 97.**




AB =63°
$\angle$ E = ?
CD = 97°

La expresión matemática para resolverlo es:

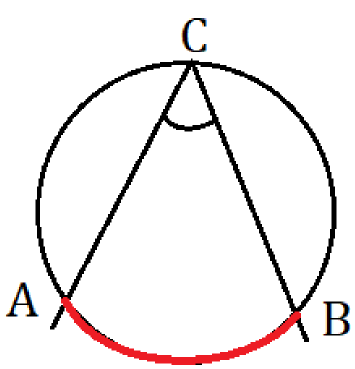
$$E=\frac{CD-AB}{2}$$

Sustituimos.

$$E=\frac{97-63}{2}=\frac{34}{2}=17°$$

**Encuentra los valores de los ángulos o arcos, según lo que se pida en cada figura.**

Encuentra el valor del ángulo C, si el arco AB vale 193°



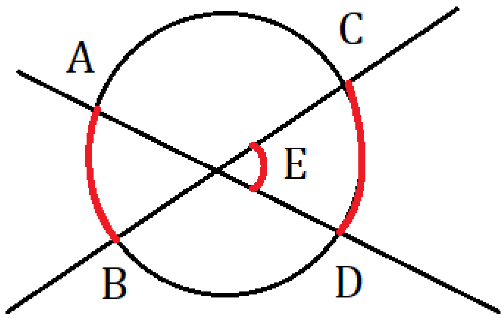

AB =193
$\angle$ C = ?

Entonces tenemos:

$$\angle C=\frac{AB}{2}=\frac{193}{2}$$

$$\angle C = 96.5$$

**Encuentra el valor del arco menor AB, si el arco mayor CD es de 141.5 y el ángulo E es de 109°.**




AB = ?
CD = 141.5
∠ E = 109°

La expresión matemática para resolverlo es:

$$E=\frac{CD+AB}{2}$$

Despejamos el arco AB.

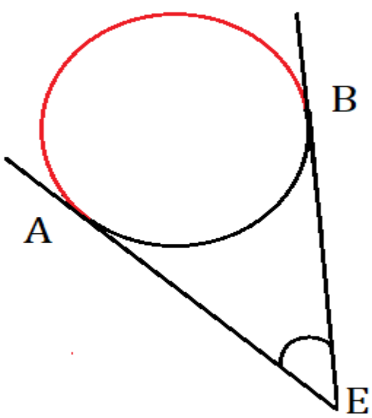
El número 2, está dividiendo, pasa multiplicando, el arco mayor CD, está sumando pasa restando.

$$AB=2E-CD$$

Sustituimos

$$AB=2(109)-141.5=218-141.5=76.5$$

**Encuentra el valor del arco mayor, si el arco menor es igual a 140° y el ángulo "E" es igual a 34°.**




**AB** =?
∠ E = 34°
AB = 140
La expresión matemática para resolverlo es:

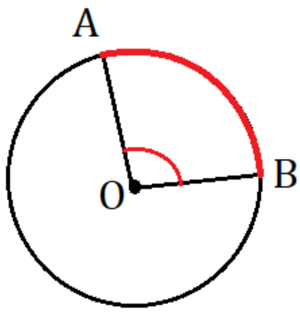
$$E=\frac{\mathbf{AB}-AB}{2}$$

Despejamos $AB$

El 2 divide, pasa multiplicando al ángulo E, el arco AB está restando pasa sumando.

**AB**=2E+AB=2(34)+140=**208**

**Encuentra el valor del arco AB, si el ángulo AOB es de 101°.**



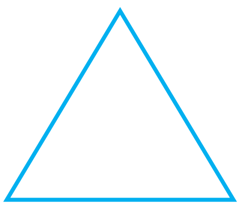

AB = ?
$\angle$ AOB = 101°

Recuerda que el ángulo, que tiene su vértice en el origen, es igual al valor del arco.

Por lo que el arco AB = 101°

## ÁREA Y PERÍMETRO

**Halla el área de un triángulo equilátero de 54 cm de perímetro**



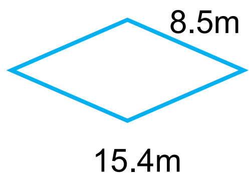
54 cm

$$\text{lado} = \frac{54}{3} = 18\text{cm}$$

$$a=\sqrt{(18)^2-(9)^2}=\sqrt{243}=15.59$$

$$A=\frac{18\cdot 15.59}{2}=140.31\text{cm}^2$$

**El lado de un rombo mide 8.5m, y una de sus diagonales, 15.4m. Calcula su área**

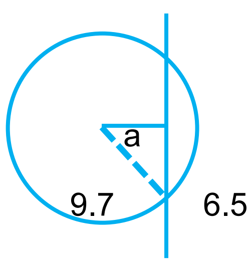



$a=\sqrt{(8.5)^2-(7.7)^2}=\sqrt{12.96}=3.6\text{m}$

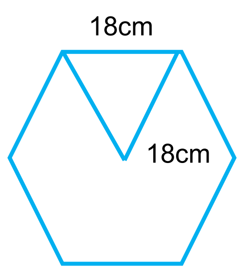
$A=\dfrac{15.4 - 7.2}{2} = 55.44\text{m}^2$

**En una circunferencia de radio 9.7m, se traza una cuerda de 1.3m. ¿A qué distancia de la cuerda se encuentra el centro de la circunferencia?**

$a=\sqrt{(9.7)^2-(6.5)^2} = \sqrt{51.84}=7.2\text{m}$



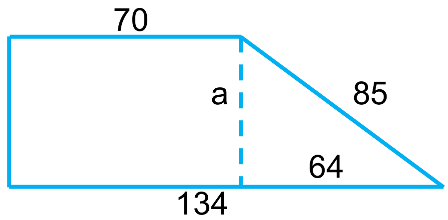

**Calcula el área de un hexágono regular de 18 cm de lado. (Recuerda que, en un hexágono regular, el lado mide igual que el radio).**




$a=\sqrt{(18)^2-(9)^2}=\sqrt{243}=15.6\text{cm}$

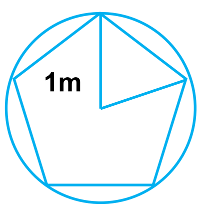
$A=\dfrac{18\cdot 6\cdot 15.6}{2}=842.4\text{cm}^2$

**Calcula el área de un trapecio rectángulo cuyas bases miden 70m y 134m, y el lado oblicuo, 85m**




$a=\sqrt{(85)^2-(64)^2}=\sqrt{3129}=55.94$

**Un pentágono regular está inscrito en una circunferencia de radio 1m. Su perímetro es 5.85m. Calcula su área.**



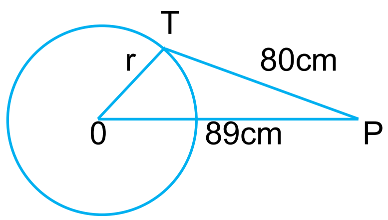

$P = nl =$

$l=\frac{P}{n}=\frac{5.85m}{5}=1.17m$

$ap=\sqrt{(1)^2 - (0.585)^2}=0.81$

$A=\frac{Pa}{2}=\frac{0.585 \cdot 0.81}{2}=2.37m^2$

**La distancia de un punto P al centro O de una circunferencia es de 89cm. Trazamos una tangente desde P a la circunferencia. El segmento PT tiene la longitud de 80cm. Halla el perímetro de la circunferencia y el área del círculo.**

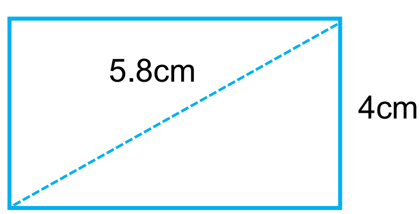



$r= \sqrt{(89cm)^2-(80cm)^2} = \sqrt{7921-6400} = \sqrt{1521} = 39$

$P = 2\pi \cdot r = 2(3.14)(39cm) = 244.92cm$

$A=\pi \cdot r^2 = (3.14)(39)^2 = 3.14 \cdot 1521 = 4775.94$

**Calcula el perímetro de un rectángulo cuya diagonal mide 5.8cm y uno de los lados de 4 cm**




$a=\sqrt{(5.8cm)^2 - (4cm)^2}=\sqrt{33.64cm^2-16cm^2}=\sqrt{17.64cm^2}=4.2cm$

$P= 4cm + 4cm + 4.2cm + 4.2cm = 16.4 cm$

**Hallar la diagonal de un cuadrado cuyo perímetro mide 28m.**

P= nl

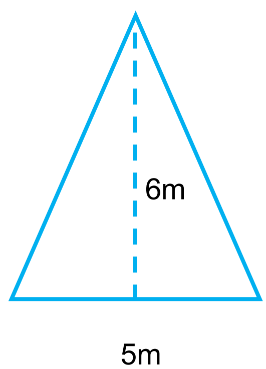
$l=\frac{P}{n}=\frac{28m}{4}=7m$

Calculamos la diagonal

$c^2= a^2 + b^2=$

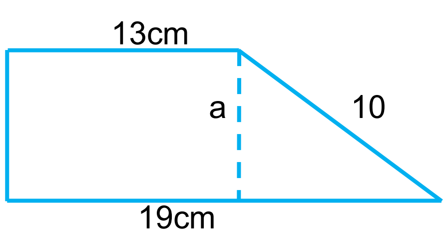
$c = \sqrt{a^2 + b^2}= \sqrt{(7m)^2+(7m)^2}=\sqrt{49m^2+49m^2}=\sqrt{98m^2}=9.89m$

**Calcula los lados iguales de un triángulo isósceles sabiendo que el lado desigual mide 5m y la altura correspondiente, 6m**




$c^2=\sqrt{(6)^2+(2.5)^2}=\sqrt{36+6.25}=\sqrt{42.25}=6.5$

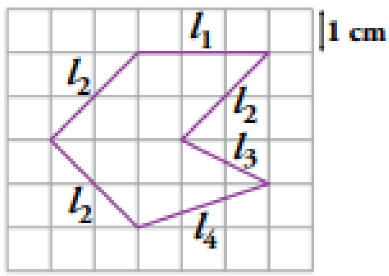
**Los lados paralelos de un trapecio rectángulo miden 13cm y 19cm, y el lado oblicuo mide 10cm. Calcula la altura.**



$a=\sqrt{(10)^2-(6)^2}=\sqrt{100-36}=\sqrt{64}=8$

La altura del trapecio es de 8 cm

**Hallar el perímetro de la siguiente figura**




$l_1 = 3u$

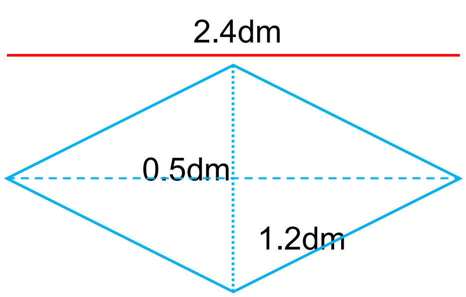
$l_2=\sqrt{(2)^2+(2)^2} = \sqrt{4+4}=2\sqrt{2}u$

$l_3=\sqrt{(1)^2+(2)^2} = \sqrt{1+4}=\sqrt{5}u$

$l_4=\sqrt{(1)^2+(3)^2} = \sqrt{1+9}=\sqrt{10}u$

$P=l_1+l_2+3l_3+l_4= 3 +6\sqrt{2}+ \sqrt{5} + \sqrt{10}=16.88$

**Calcula la medida del lado un rombo cuyas diagonales miden 1dm y 2.4dm**



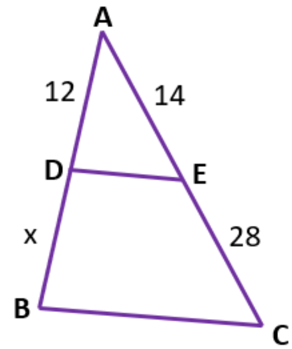

$c= \sqrt{(1.2dm)^2+(0.5dm)^2} = \sqrt{1.44dm^2+0.25dm^2}=\sqrt{1.69dm^2}=1.3dm$

**Halla la altura de un triángulo equilátera de 40cm de lado.**

$a=\sqrt{(40cm)^2-(20cm)^2}=\sqrt{1600cm^2-400cm^2}=\sqrt{1200cm^2}=34.64cm$

## TEOREMA DE TALES DE MILETO

**En el siguiente triángulo determina el valor de x, si DE || BC**




Siguiendo el teorema podemos decir que la proporcionalidad está en:

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{AE}}{\overline{AC}}$$

Sustituyendo

$$\frac{12}{X+12}=\frac{14}{42}$$

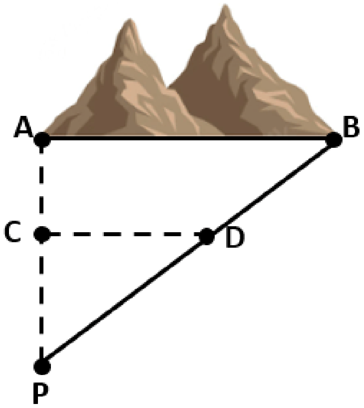
Realizando el producto cruzado en la igualdad, obtenemos:
$12(42)=14(x+12)$

Multiplicando
$504=14x+168$

Restando
$504-168=14x$
$336=14x$

Despejando a "x"
$x=\frac{336}{14}=24$

**Para encontrar la longitud de la base de un cerro, se construyó una pareja de triángulos rectángulos semejantes como se muestra en la figura, en la cual PA= 180m, CD= 50m y PC= 50m. ¿cuánto mide la longitud del cerro?**




$\overline{PA}$=180m
$\overline{CD}$=150m
$\overline{PC}$=50m

$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}}=\frac{\overline{PA}}{\overline{PC}}$$

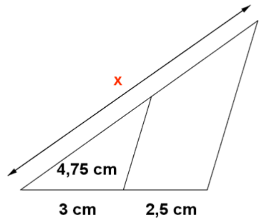
sustituyendo nuestros datos:

$$\frac{\overline{AB}}{150}=\frac{180}{50}$$

Despejando el segmento AB:

$$\overline{AB}=\frac{(150)(180)}{50}=\frac{27000}{50}=540\text{m}$$

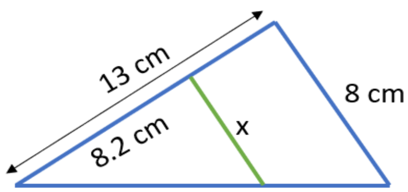
Por lo que, la magnitud del cerro será de **540 metros.**
**Calcula el valor de x aplicando el teorema de Tales.**




$$\frac{x}{4.75}=\frac{3+2.5}{3}$$

$$x=\frac{(5.5cm)(4.75cm)}{3cm}=\frac{26.1cm^2}{3cm}=8.7$$

**Aplique el Teorema de Tales para encontrar el valor de "x"**




$$\frac{13cm}{8.2cm}=\frac{8cm}{x}$$

$$x=\frac{(8cm)(8.2cm)}{13cm}=\frac{65.6cm^2}{13cm}=5.04cm$$

**En el siguiente triángulo determina el valor de x, si ED || AB**

Podemos observar claramente que existen dos triángulos semejantes ΔABC y ΔEDC, por lo tanto, podemos relacionar de la siguiente manera nuestra fórmula de solución

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{AE}}{\overline{AC}}$$

sustituyendo nuestros datos:

$$\frac{54}{184}=\frac{134}{x}$$

Realizando el producto cruzado de la igualdad

54(x)=(134)(184)

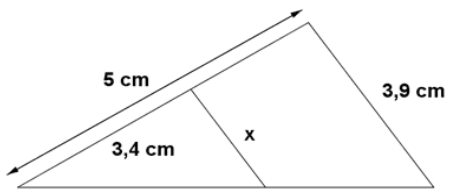
Multiplicando

54(x)=24656

Despejando a "x"

$$x=\frac{24656}{54}=456.59$$

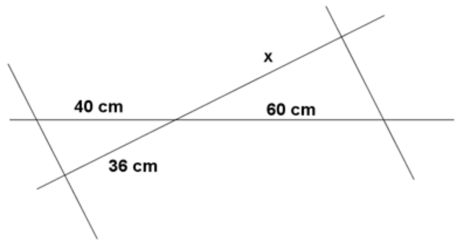
**Usa el teorema de Tales para calcular x**




$$\frac{5}{3.4}=\frac{3.9}{x}$$

$$x=\frac{(3.4cm)(3.9cm)}{5cm}=\frac{13.26cm^2}{5cm}=2.652cm$$

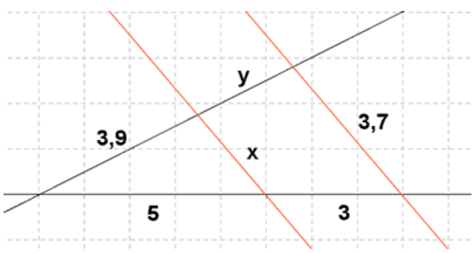
**Halla “x” aplicando el teorema de Tales**




$$\frac{60cm}{40cm} = \frac{x}{36cm}$$

$$x = \frac{(36cm)(60cm)}{40cm} = \frac{2160cm^2}{40cm} = 54cm$$

**Encuentra los valores de "x" y "y" aplicando el teorema de Tales**



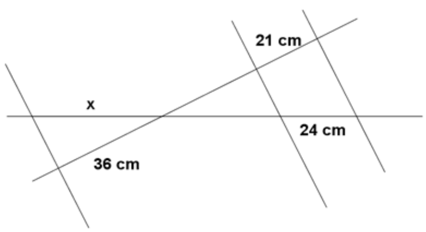

$$\frac{3.9}{5} = \frac{y}{3}$$

$$y = \frac{(3.9)(3)}{5} = \frac{11.7}{5} = 2.34$$

$$\frac{5}{8} = \frac{x}{3.7}$$

$$x = \frac{(3.7)(5)}{8} = \frac{17.5}{8} = 2.31$$

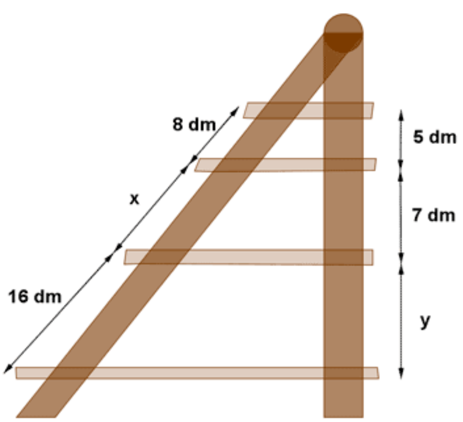
**Halla "x" aplicando el teorema de Tales**




$$\frac{x}{24cm}=\frac{36cm}{21cm}$$

$$x=\frac{(36cm)(24cm)}{21cm}=\frac{864cm^2}{21cm}=41.14cm$$

**Las baldas de una repisa representada en la figura son paralelos. Calcula las longitudes de la repisa representadas por "x" y "y".**



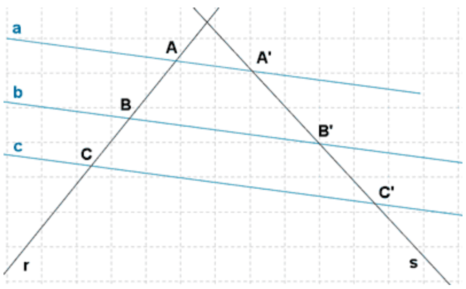

$$\frac{8dm}{5dm}=\frac{x}{7dm}$$

$$x=\frac{(8dm)(7dm)}{5dm}=\frac{56dm^2}{5dm}=11.2dm$$

$$\frac{8dm}{5dm}=\frac{16dm}{y}$$

$$y=\frac{(16dm)(5dm)}{8dm}=\frac{80dm^2}{8dm}=10dm$$

**Sabiendo que AB = 15 cm, BC = 20 cm y A'B' = 12 cm, halla la longitud del segmento B'C'. ¿Qué teorema has aplicado?**

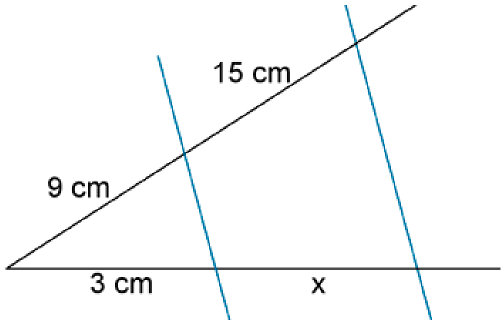



$$\frac{A'B'}{AB}=\frac{B'C'}{BC}$$

$$\frac{12}{15}=\frac{B'C'}{20}$$

$$B'C'=\frac{(20cm)(12cm)}{15cm}=\frac{240cm^2}{15cm}=16cm$$

**Calcula la longitud del segmento “x” de la figura.**

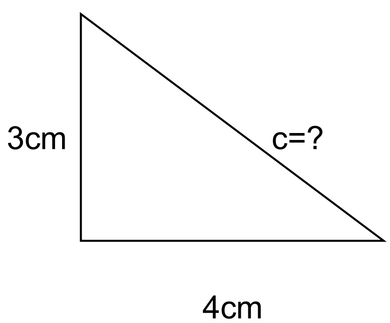



$$\frac{9cm}{3cm}=\frac{15cm}{x}$$

$$x=\frac{(3cm)(15cm)}{5cm}=\frac{45cm^2}{9cm}=5cm$$

**TEOREMA DE PITÁGORAS**

Tenemos un triángulo que mide 3cm de altura y cuatro de base, queremos conocer la medida de la línea inclinada **"Hipotenusa".**




Antes de aplicar la formula identificamos nuestros valores.
a=3cm,
b=4cm y
"c" es nuestra incógnita.

La fórmula es:
$c^2=a^2+b^2$

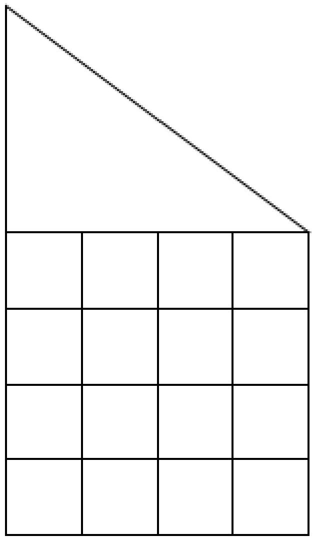
Sustituimos
$c^2=(3cm)^2+(4cm)^2$
$c=\sqrt{9cm^2+16cm^2}$

$c=\sqrt{25cm^2}$ $c=5cm$

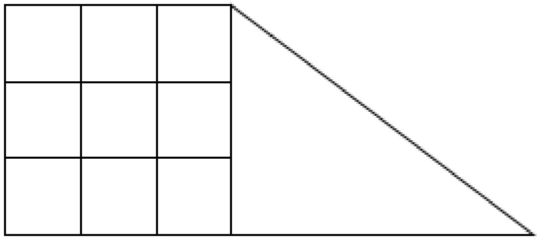
Recuerda lo siguiente

$c=\sqrt{25}=5$ $c=\sqrt{cm^2}=cm$

La base es de 4cm, podemos trazar un cuadrado, con esas dimensiones.

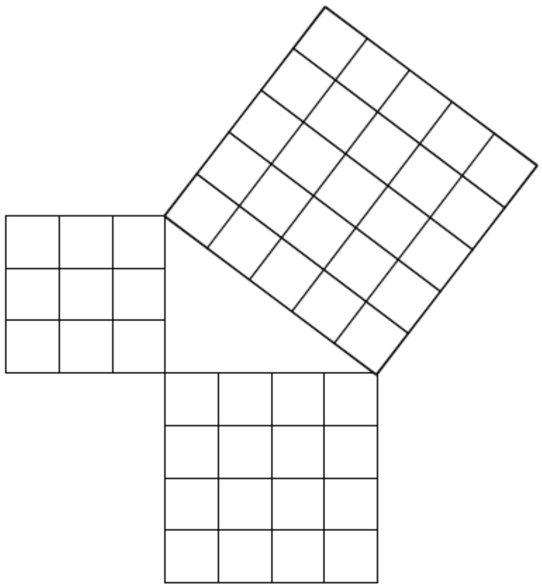


La altura es de 3cm, también podemos trazar un cuadrado.



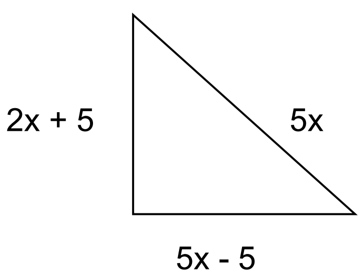
Observa hay 9 cuadros de $1cm^2$, cada uno.

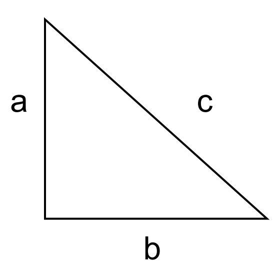
Como podemos observar hay 16 cuadros de $1cm^2$, cada uno.



La hipotenusa vale 5 cm, por lo tanto, podemos trazar un cuadrado de esas dimensiones, donde observamos que hay 25 cuadros.

**Calcula el valor de x, así mismo encuentra el valor de cada uno de los tres lados.**



Por lo que la fórmula es:

$c^2=a^2+b^2$

Sustituimos

$(5x)^2=(2x+5)^2+(5x-5)^2$

Desarrollamos cada uno de los binomios al cuadrado

$25x^2=4x^2+20x+25+25x^2-50x+25$

Reducimos los términos semejantes de la derecha

$25x^2=29x^2-30x+50$

Pasamos el término de la izquierda a la derecha.

$29x^2-25x^2-30x+50$

$4x^2-30x+50=0$

Para encontrar el valor de x, aplicamos la formula general

$$x=\frac{-(-30)\pm\sqrt{(-30)^2-4(4)(50)}}{2(4)}$$

$$x=\frac{30\pm\sqrt{900-800}}{2(4)}$$

$$x=\frac{30\pm\sqrt{100}}{8}$$

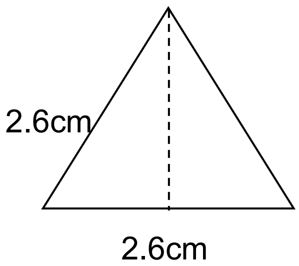
$$x=\frac{30\pm10}{8}$$

$$x=\frac{30+10}{8}=\frac{40}{8}=5$$

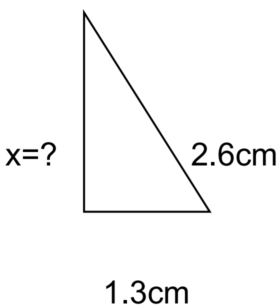
$$x=\frac{-30-10}{8}=\frac{-40}{8}=-5$$

**Determina cuánto mide la altura de la figura, si es un triángulo equilátero y cada lado mide 2.6cm.**

Trazamos el triángulo equilátero e identificamos la altura del mismo.




Al cortar la figura, nos queda de la siguiente manera




Aplicamos el teorema de Pitágoras.

$c^2=a^2+b^2$

Despejamos a “b”

$b^2=c^2-a^2$

Sustituimos

$b^2=(2.6)^2-(1.3)^2$

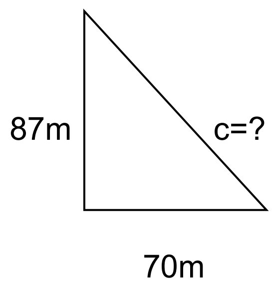
$b=\sqrt{6.76-1.69}$

$b=\sqrt{5.07}$

b=2.25

**Desde la torre de control del aeropuerto de Toluca, a una altura de 87m de altura, se observa un avión que está a una distancia horizontal de 70m de la torre. ¿Cuál es la longitud visual del operador en la torre de control?**

Mediante un triángulo tracemos la referncia.




Ahora la incógnita es la hipotenusa

Aplicamos el teorema de Pitágoras.

$c^2=a^2+b^2$

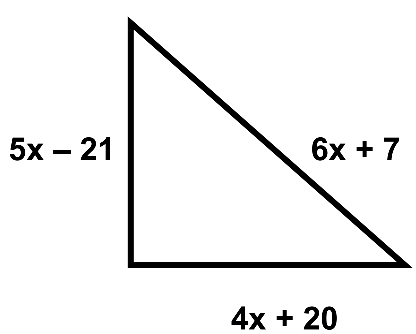
Sustituimos

$c^2=(87)^2+(70)^2$

$c=\sqrt{7569+4900}$

$c=\sqrt{12469}$

$c=111.66$



$$(6x + 7)^2 = (5x - 21)^2 + (4x + 20)^2$$

$$36x^2 + 84x + 49 = 25x^2 - 210x + 441 + 16x^2 + 160x + 400$$

$$25x^2 - 210x + 441 + 16x^2 + 160x + 400 - 36x^2 - 84x - 49$$

$$5x^2 - 134x + 792 = 0$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

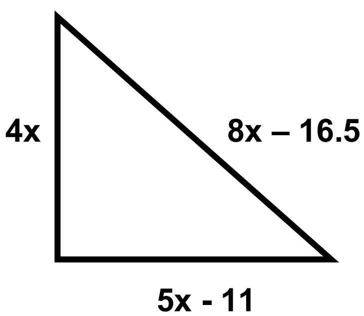
$$x=\frac{-(-134)\pm\sqrt{(-134)^2-4(5)(792)}}{2(5)}=$$

$$\frac{134\pm\sqrt{17956-15840}}{10}=$$

$$\frac{134\pm\sqrt{2116}}{10}=\frac{134\pm46}{10}$$

$$x_1=\frac{134+46}{10}=\frac{180}{10}=18$$

$$x_2=\frac{134-46}{10}=\frac{88}{10}=8.8$$



$$( 8x - 16.5 )^2 = ( 4x )^2 + ( 5x - 11 )^2$$

$$64x^2 - 264x + 272.25 + 16x^2 + 25x^2 - 110x + 121 = 0$$

$$64x^2 - 264x + 272.25 - 16x^2 - 25x^2 + 110x - 121 = 0$$

$$23x^2 - 154x + 151.25 = 0$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x=\frac{-(-154)\pm\sqrt{(-154)^2-4(23)(151.25)}}{2(23)}=$$

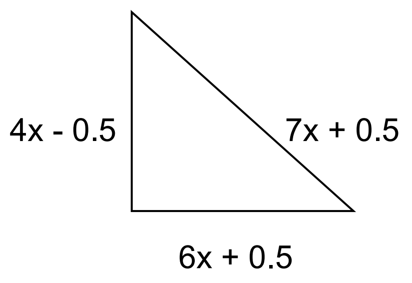
$$\frac{154\pm\sqrt{23716-13915}}{46}=$$

$$\frac{154\pm\sqrt{9801}}{46}=\frac{154\pm 99}{46}$$

$$x_1=\frac{154+99}{46}=\frac{253}{46}=5.5$$

$$x_2=\frac{154-99}{46}=\frac{55}{46}=1.2$$

**Determina el valor de x, así mismo el valor de cada uno de los tres lados.**




$$c^2=a^2+b^2$$

$$(7x+0.5)^2=(4x-0.5)^2+(6x+0.5)^2$$

$49x^2+7x+0.25=16x^2-4x+0.25+36x^2+6x+0.25$

$49x^2+7x+0.25=52x^2+2x+0.5$

$52x^2+2x+0.5-49x^2-7x-0.25$

$3x^2-5x+0.25=0$

Aplicamos la formula general

$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4(3)(0.25)}}{2(3)}$$

$$x=\frac{5\pm\sqrt{25-3}}{2(3)}$$

$$x=\frac{5\pm\sqrt{22}}{6}$$

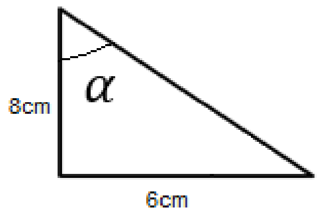
$$x=\frac{5\pm4.69}{6}$$

$$x=\frac{5+4.69}{6}=\frac{9.69}{6}=1.61$$

$$x=\frac{5-4.69}{6}=\frac{0.31}{6}=0.051$$

## FUNCIONES TRIGONOMETRICAS

**Calcula los valores que faltan en el triángulo.**




| **DATOS** | **INCOGNITAS** |
|---|---|
| cateto opuesto = 6cm | α =? |
| cateto adyacente = 8cm | hipotenusa = ? |
| el ángulo recto 90 | β = ? |

$$\tan\alpha = \frac{\text{C.O.}}{\text{C.A.}} = \frac{6\text{cm}}{8\text{cm}} = 0.75$$
$$\alpha = \tan^{-1} 0.75$$
$$\alpha = 36.86º$$

Para calcular el ángulo β, aplicamos la propiedad que establece que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a 180º.

**Recuerda 90º, corresponde al ángulo recto**

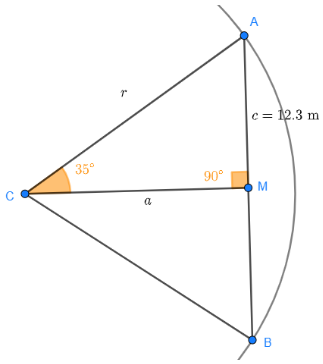
α=180º - 90º - 36.86º = 54.14º

Mediante el teorema de Pitágoras determinamos el lado que falta

$c^2=a^2+b^2$

$c^2=(8)^2+(6)^2=\sqrt{64cm^2+36cm^2}=\sqrt{100cm^2}=10cm$

**Hallar el radio de una circunferencia donde una cuerda de 24.6 metros tiene un arco de 70° correspondiente.**

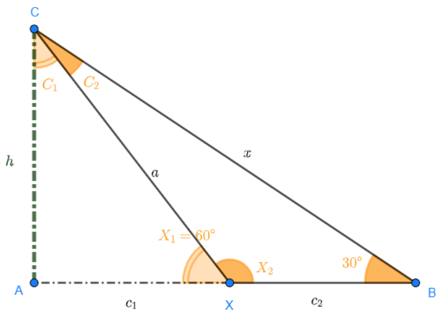



$$c=\frac{24.6}{2}=12.3$$

$$\text{sen } C=\frac{c}{r}$$

$$r=\frac{c}{\text{sen } C}=\frac{12.3}{\text{sen } 35}=\frac{12.3}{0.5735}=21.444$$

**Calcula la altura de un árbol, sabiendo que desde un punto del terreno se observa su copa en un ángulo de 30° sobre el nivel de la tierra, y si nos acercamos 10m entonces la copa se observa en un ángulo de 60° sobre la tierra.**



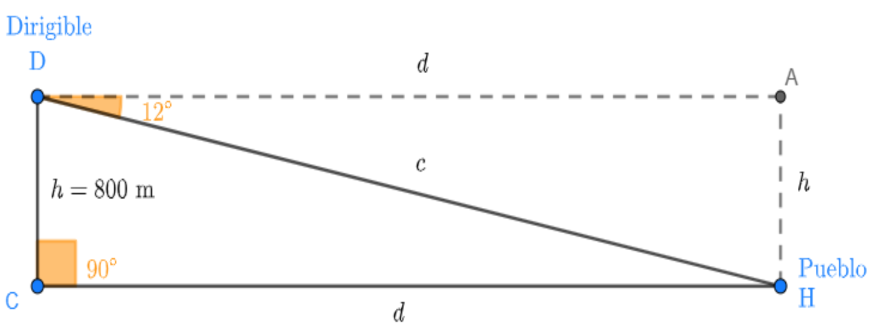

$C_2$ = 180º - 120º - 30º = 30º

$$\frac{x}{\text{sen } x_2}=\frac{c_2}{\text{sen } C_2}$$

$$\frac{c_2}{\text{sen } 30} = \frac{10}{\text{sen } 120}$$

$$C_2 = \frac{10 \cdot \text{Sen } 30}{\text{sen } 120} = \frac{10 \cdot 0.5}{0.866} = \frac{5}{0.866} = 5.6433$$

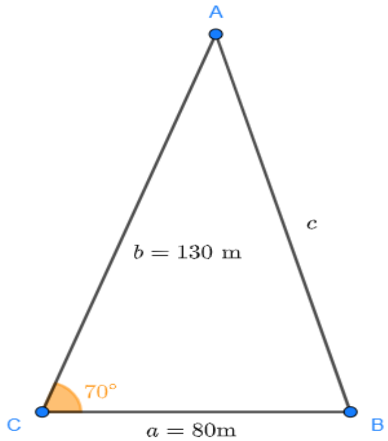
**Un dirigible está volando a 800 metros de altura. Observa un pueblo con un ángulo de depresión de 12°. ¿Qué distancia debe recorrer el dirigible en línea recta, manteniendo la altura, para estar exactamente sobre el pueblo?**




$$\tan H = \frac{h}{d}$$

$$d = \frac{h}{\tan H} = \frac{800}{\tan 12} = \frac{800}{0.2126} = 3763.70$$

**Calcular el área de una parcela triángulo, sabiendo que dos de sus lados miden 80m y 130m, y el ángulo entre ellos es de 70°**

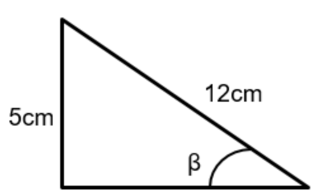



$$\text{sen } C = \frac{h}{80}$$

$$h = 80 \cdot \text{sen } 70 = 80 \cdot 0.9397 = 75.1754$$

$$A = \frac{130 \cdot 75.1754}{2} = 4886.40 \text{ m}^2$$

**Calcula los valores que faltan en el triángulo.**




| **DATOS** | **INCOGNITAS** |
|---|---|
| cateto opuesto = 5cm | β =? |
| hipotenusa = 12cm | cateto adyacente = ? |
| el ángulo recto 90 | Ɣ = ? |

$$\text{sen}\beta = \frac{\text{C.O.}}{\text{Hip}} = \frac{5\text{cm}}{12\text{cm}} = 0.417$$

$$\beta = \text{sen}^{-1}.417$$

$$\beta = 24.62$$

Para calcular el ángulo ɣ, aplicamos la propiedad que establece que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a 180º.

Recuerda 90º, corresponde al ángulo recto

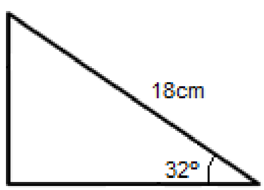
180º - 90º - 24.62º = 65.38º

Mediante el teorema de Pitágoras determinamos el lado que falta

$c^2=a^2+b^2$ despejamos $a^2=c^2-b^2$

$a^2=(12)^2-(5)^2=\sqrt{144cm^2-25cm^2}=\sqrt{119cm^2}=10.9cm$

**Determina los valores que faltan en el triángulo.**




| DATOS | INCOGNITAS |
|---|---|
| hipotenusa = 18cm | C.A. = ? |
| el ángulo recto 90 | C.O. = ? |
| α = 32º | $\gamma$ = ? |

$$\cos 32º = \frac{\text{C.A.}}{18\text{cm}} \quad \text{por lo tanto}$$

$$\text{C.A.} = (18\text{cm})(\cos 32º) =$$

$$\text{C.A.} = 15.26\text{cm}$$

El ángulo que falta

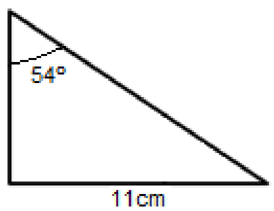
$\gamma$ =180º - 90º - 32º = 58º $\gamma = 58°$

Calculemos el lado que falta

$c^2=a^2+b^2$

$a^2=(18)^2-(15.26)^2=\sqrt{324cm^2-232.86cm^2}=\sqrt{91.14cm^2}=9.54cm$

**Determina los valores que faltan en el triángulo.**




| DATOS | INCOGNITAS |
|---|---|
| cateto opuesto = 11cm | cateto adyacente = ? |
| el ángulo recto 90 | hipotenusa = ? |
| α = 54º | $\theta$ = ? |

$$\text{sen}54º=\frac{11cm}{hip.} \qquad \text{por lo tanto}$$

$$hip=\frac{11cm}{\text{sen}54º}=$$

$$hip=13.59cm$$

El ángulo que falta

β =180º - 90º - 54º = 36º β=36º

Calculemos el lado que falta

$c^2=a^2+b^2$

$b^2=(13.59)^2-(11)^2=\sqrt{184.68cm^2-121cm^2}=\sqrt{63.68cm^2}=7.98cm$

# ÁNGULOS EXACTOS

$$\frac{\text{sen } 60°}{\cos 45°} =$$

$$\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{3}\cdot 2}{\sqrt{2}\cdot 2} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\tan 45° + \cot 30° =$$

$$1 + \sqrt{3}$$

$$\cos 60° + \sec 45° =$$

$$\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{1} = \frac{1+2\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{sen } 30° + \csc 30° =$$

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{1} = \frac{1+4}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{\cos 60°}{\tan 60°} =$$

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{1}} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

**$\cos^2 60° + \sec^2 30° + \cot^2 45° =$**

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2 + (1)^2 = \frac{1}{4} + \frac{4}{3} + 1 = \frac{31}{12}$$

**$\text{sen}^2 45° - \cos^2 60° =$**

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{4-2}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

**$2\cos 60° + 2\,\text{sen}\,30 =$**

$$2 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{2} = 1 + 1 = 2$$

**$\text{sen}^2 30° + \cos 60° + \tan 45° =$**

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{1} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} = \frac{2+4+8}{8} = \frac{14}{8} = \frac{7}{4}$$

**$\frac{\sec^2 45°}{\text{sen}^2 30°} =$**

$$\frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{1}\right)^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\frac{2}{1}}{\frac{1}{4}} = \frac{2 \cdot 4}{1 \cdot 1} = \frac{8}{1} = 8$$

$$\frac{\text{sen }30°}{\cos 30°} + \tan^2 30° =$$

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{1\cdot 2}{2\cdot\sqrt{3}} + \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{3} = \frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

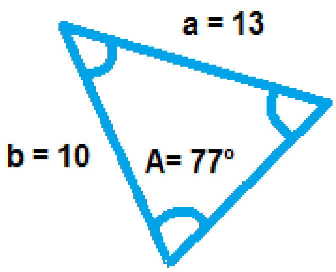
$$2\ \text{sen}30° - \tan 45° =$$

$$2\cdot\frac{1}{2} - 1 = 1 - 1 = 0$$

$$\sec^2 30° - 2\ \text{sen }30° =$$

$$\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2 - 2\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{4}{3} - 1 = \frac{4\text{-}3}{3} = \frac{1}{3}$$

## LEYES DE LOS SENOS




a=13 B=?
b=10 C=?
A=77° c=?

**Desarrollo**

$$\frac{13}{\text{sen } 77} = \frac{10}{\text{sen} B}$$

$$\text{sen } B = \frac{10\,(\text{sen } 77)}{13} = \frac{9.74}{13} =$$

sen B = 0.749

B=sen$^{-1}$ 0.749

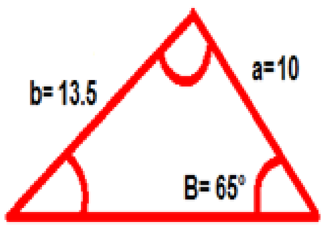
B=48.5

C=180 - 77 - 48.5 = 54.5

$$\frac{c}{\text{sen } 54.5} = \frac{13}{\text{sen } 77}$$

$$c=\frac{13\,(\text{sen }54.5)}{\text{sen }77}=\frac{10.58}{0.974}=$$

c=10.86




**a=10** **A=?**
**b=13.5** **C=?**
**B= 65°** **c=?**

**Desarrollo**

$$\frac{a}{\text{sen}A}=\frac{b}{\text{sen}B}$$

$$\frac{10}{\text{sen}A}=\frac{13.5}{\text{sen}65}$$

$$\text{sen}A=\frac{10(\text{sen}65)}{13.5}=\frac{9.06}{13.5}=0.671$$

senA=0.671

$A=\text{sen}^{-1}0.671$

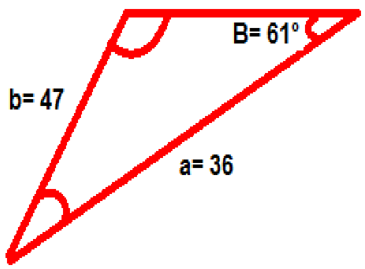
A= 42.14

C=180-42.14-65=72.86

$$\frac{c}{\text{sen}72.86}=\frac{13.5}{\text{sen}65}$$

$$c=\frac{13.5(\text{sen}72.86)}{\text{sen}65}=\frac{12.9}{0.906}=$$

c=14.23




A= 36 c = ?
b= 47 A = ?
B= 61° C = ?

$$\frac{36}{\text{sen}\,A}=\frac{47}{\text{sen}\,61}$$

$$\text{sen}\,A=\frac{36(\text{sen}61)}{47}=\frac{31.48}{47}=$$

$$\text{sen}\,A=0.669$$

$$A=\text{sen}^{-1}0.669$$

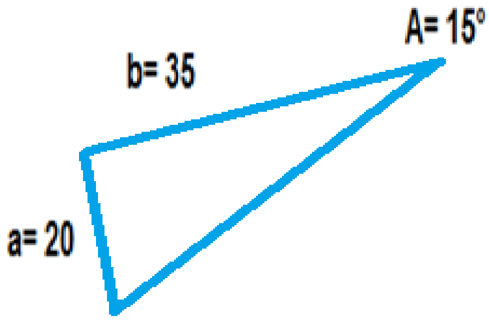
$$A=41.98$$

$$C=180-61-41.98=77.02$$

$$\frac{c}{\text{sen}77.02} = \frac{47}{\text{sen}61}$$

$$c = \frac{47(\text{sen}77.02)}{\text{sen}61} = \frac{45.79}{0.874} =$$

$$c = 52.39$$




b= 35 C = ?
A= 15° B = ?
a= 20 c = ?

$$\frac{20}{\text{sen}15} = \frac{35}{\text{sen}B}$$

$$\text{sen}B = \frac{35(\text{sen}15)}{20} = \frac{9.05}{20} =$$

$$\text{sen}B = 0.452$$

$$B = \text{sen}^{-1}0.452$$

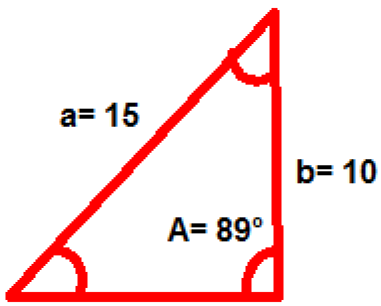
$$A = 26.87$$

C = 180 - 15 - 26.87 = 138.13

$$\frac{c}{\text{sen}138.13} = \frac{20}{\text{sen}15}$$

$$c = \frac{20(\text{sen}138.13)}{\text{sen}15} = \frac{13.34}{0.258} =$$

c = 51.70




a = 15 c = ?
A = 89 B = ?
b = 10 C = ?

$$\frac{15}{\operatorname{sen} 89} = \frac{10}{\operatorname{sen} B}$$

$$\operatorname{sen} B = \frac{10(\operatorname{sen} 89)}{15} = \frac{9.99}{15} =$$

$$\operatorname{sen} B = 0.666$$

$$B = \operatorname{sen}^{-1} 0.666$$

$$B = 41.75$$

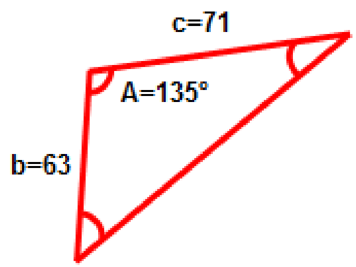
$$C = 180 - 89 - 41.75 = 49.25$$

$$\frac{c}{\operatorname{sen} 49.25} = \frac{15}{\operatorname{sen} 89}$$

$$c = \frac{15(\operatorname{sen} 49.25)}{\operatorname{sen} 89} = \frac{11.36}{0.999} =$$

$$c = 11.37$$

## LEYES DE LOS COSENOS




b=63 a=?
c=71 B=?
A=135° C=?

$$a = \sqrt{(63)^2 + (71)^2 - 2(63)(71)(\cos 135)}$$
$$a = \sqrt{3969 + 5041 + 6325.77}$$
$$a = \sqrt{9010 + 6325.77}$$
$$a = \sqrt{15335.77}$$
$$a = 123.83$$

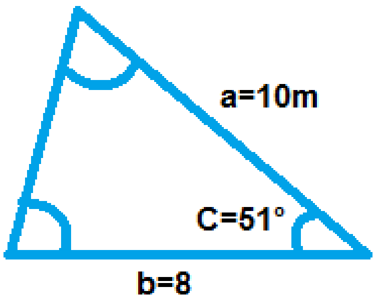
$$\frac{123.83}{\text{sen}135} = \frac{71}{\text{sen}C}$$

$$\text{sen}C = \frac{71(\text{sen}135)}{123.83} = \frac{50.20}{123.83}$$

$C = \text{sen}^{-1} 0.40$

C=23.91

B=180-123.83-23.91=32.26




**a=10m** **A=?**
**b= 8m** **B=?**
**C=51°** **c=?**

$$c = \sqrt{(10)^2 + (8)^2 - 2(10)(8)(\cos 51)}$$
$$c = \sqrt{100 + 64 - 100.69}$$
$$c = \sqrt{164 - 100.69}$$
$$c = \sqrt{63.31}$$
$$c = 7.95$$

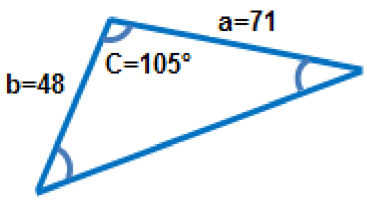
$$\frac{10}{\text{sen}A} = \frac{7.95}{\text{sen}51}$$

senA = 0.977

A=sen$^{-1}$ 0.977

A=77.83

B = 180 - 77.83 - 51 = 51.17



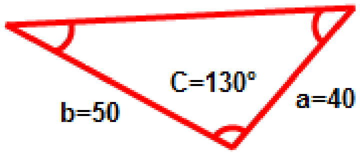

a=71 **c=?**
b=48 **A=?**
C=105° **B=?**

$$c = \sqrt{(71)^2 + (48)^2 - 2(71)(48)(\cos 105)}$$
$$c = \sqrt{5041 + 2304 + 1764.11}$$
$$c = \sqrt{9109.11}$$
$$c = 95.44$$

$$\frac{95.44}{\operatorname{sen}105} = \frac{71}{\operatorname{sen}A}$$

$$\operatorname{sen}A = \frac{71(\operatorname{sen}105)}{95.44} = \frac{68.58}{95.44}$$
$$A = \operatorname{sen}^{-1} 0.718$$
$$A = 45.88$$

$$B = 180 - 105 - 45.88 = 29.12$$



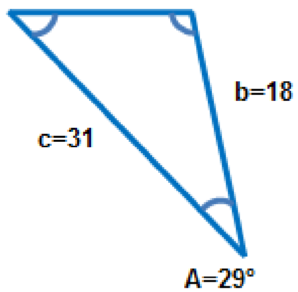

**a=40** **c=?**
**b=50** **A=?**
**C=130°** **B=?**

$$c = \sqrt{(40)^2 + (50)^2 - 2(40)(50)(\cos 130)}$$
$$c = \sqrt{1600 + 2500 - 2571.15}$$
$$c = \sqrt{4100 + 2571.15}$$
$$c = \sqrt{6671.15}$$
$$c = 81.67$$

$$\frac{40}{\text{sen}A} = \frac{81.67}{\text{sen}130}$$

$$\text{sen}A = 0.375$$
$$A = \text{sen}^{-1} 0.375$$
$$A = 22.03$$

$$B = 180 - 130 - 22.03 = 27.97$$




| | |
|---|---|
| b=18 | a=? |
| c=31 | B=? |
| A=29° | C=? |

$$a=\sqrt{(18)^2+(31)^2-2(18)(31)(\cos 29)}$$

$$a=\sqrt{324+961-976.07}$$

$$a=\sqrt{1285-976.07}$$

$$a=\sqrt{308.93}$$

$$a=17.57$$

$$\frac{17.57}{sen29}=\frac{31}{senC}$$

$$senC=\frac{31(sen29)}{17.57}=\frac{15.02}{17.57}$$

$$C=sen^{-1}\,0.854$$

$$C=58.64$$

$$B=180-29-58.64=92.36$$

## IDENTIDADES TRIGONOMETRICAS

**tan x · sen x + cos x = sec x**

$$\left(\frac{\text{sen } x}{\cos x}\right)(\text{sen } x) + \cos x = \sec x$$

$$\left(\frac{\text{sen}^2 x}{\cos x}\right) + \cos x = \sec x$$

$$\frac{\text{sen}^2 x + \cos^2 x}{\cos x} = \sec x$$

$$\frac{1}{\cos x} = \sec x$$

$$\sec x = \sec x$$

$$\text{sen}^4 x - \cos^4 x = \text{sen}^2 x - \cos^2 x$$

$$(\text{sen}^2 x + \cos^2 x)(\text{sen}^2 x - \cos^2 x) = \text{sen}^2 x - \cos^2 x$$

$$\text{sen}^2 x - \cos^2 x = \text{sen}^2 x - \cos^2 x$$

$$\frac{\cos x}{1 - \text{sen } x} + \frac{\cos x}{1 + \text{sen } x} = 2 \sec x$$

$$\frac{\cos x\,(1 + \text{sen } x) + \cos x\,(1 - \text{sen } x)}{(1 - \text{sen } x)(1 + \text{sen } x)} = 2 \sec x$$

$$\frac{\cos x + \text{sen } x \cdot \cos x + \cos x - \text{sen } x \cdot \cos x}{1 - \text{sen}^2 x} = 2 \sec x$$

$$\frac{\cos x + \cos x}{1 - \text{sen}^2 x} = 2\sec x$$

$$\frac{2 \cdot \cos x}{\cos^2 x} = 2\sec x$$

$$2 \cdot \frac{\cos x}{\cos^2 x} = 2\sec x$$

$$2 \cdot \frac{\cos x}{\cos x \cdot \cos x} = 2\sec x$$

$$2 \cdot \frac{\cos x}{\cos x} \cdot \frac{1}{\cos x} = 2\sec x$$

$$2 \cdot \sec x = 2\sec x$$

$$2\sec x = 2\sec x$$

$$\cot x \cdot \sec x \cdot \text{sen } x = 1$$

$$\left(\frac{\cos x}{\text{sen } x}\right)\left(\frac{1}{\cos x}\right)(\text{sen } x) = 1$$

**$1 = 1$**

$$\csc x - \text{sen } x = \cot x \cdot \cos x$$

$$\frac{1}{\text{sen } x} - \text{sen } x = \cot x \cdot \cos x$$

$$\frac{1 - \text{sen}^2 x}{\text{sen } x} = \cot x \cdot \cos x$$

$$\frac{\cos^2 x}{\text{sen } x} = \cot x \cdot \cos x$$

$$\frac{\cos x \cdot \cos x}{\text{sen } x} = \cot x \cdot \cos x$$

$$\frac{\cos x}{\text{sen } x} \cdot \cos x = \cot x \cdot \cos x$$

$\cot x \cdot \cos x = \cot x \cdot \cos x$