INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARIA ACADÉMICA
DIRECCIÓN DE EDUCACION MEDIA SUPERIOR
CENTRO DE ESTUDIOS CIENTÍFICOS Y TECNOLÓGICOS No. 13
“RICARDO FLORES MAGÓN”

G U Í A

de estudio para presentar ETS

UNIDAD DE APRENDIZAJE
GEOMETRÍA ANALÍTICA

Semestre: Tercero
Ciclo escolar: 2026/2
Turno: Vespertino

Área: BÁSICA	Nombre de la Unidad de Aprendizaje: GEOMETRÍA ANALÍTICA	Nivel/semestre: TERCERO

1.- Integrantes de Academia:

No	Docente
1.	Juan José Beltrán Corona
2.	Liliana Castillejos Domínguez
3.	Agustín Sandin Becerra
4.	Jorge Roberto Camacho Montes
5.	Julio Cesar Domínguez Galván
6.	José Arturo González Zarate

2.- Introducción

Los principales objetos del conocimiento acerca de los lugares geométricos (línea recta, cónicas, coordenadas polares y ecuaciones paramétricas) nos sirven para movilizar diferentes capacidades humanas relacionadas con: analizar, organizar y sistematizar los conocimientos espaciales, razonando en forma deductiva e intuitiva para la solución de los problemas teóricos y reales de su entorno, utilizando lenguajes de representación (verbal, gráfico y/o simbólico). Por lo que se realizó la presente guía a fin de apoyar a los alumnos en el proceso de enseñanza aprendizaje de dicha unidad de aprendizaje y con esto tener éxito para aquellos que presentaran la evaluación a ETS

3.- Objetivos.

Preparar al estudiante para que desarrolle competencias en la solución de diversos problemas relacionados con los ámbitos académico y social, por lo que se abordan conceptos analíticos para la comprensión de espacio y hábitat, para después presente exitosamente la evaluación a ETS.

4.- Justificación.

El enfoque metodológico de la guía se fundamenta en el aprendizaje, a través de la planeación y organización de ejercicios pertinentes que conduzcan al logro y aprendizaje significativos para que el alumno desarrolle y aplique los conocimientos adquiridos en la unidad de aprendizaje.

5.- Estructura y contenidos

Estructura y contenidos	6.- Materiales para la elaboración de la guía
Unidad I.- CONCEPTOS BASICOS DE GEOMETRIA ANALITICA Y LINEA RECTA **RAP1:** Describe lugares geométricos mediante la localización de puntos en el plano cartesiano. **RAP2:** Manipula los elementos de la ecuación de la línea recta en sus diferentes expresiones **RAP3:** Emplea las condiciones de la línea recta en la solución de problemas, mediante el uso de sus ecuaciones, en situaciones académicas y sociales.	• Archivo en pdf con los ejercicios propuestos en la guía. • Calculadora científica. • Cuaderno, lápiz, goma. • Hojas milimétricas para realizar gráficas.
Unidad II: CONICAS (CIRCUNFERENCIA, PARÁBOLA, ELIPSE E HIPÉRBOLA) **RAP1:** Ubica los elementos de las cónicas a partir de la ecuación de segundo grado, del tipo $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ **RAP2:** Obtiene la ecuación y la representación gráfica correspondiente a cada una de las cónicas a partir de sus elementos **RAP3:** Resuelve problemas que involucren ecuaciones de segundo grado, en situaciones académicas y sociales.	• Archivo en pdf con los ejercicios propuestos en la guía. • Calculadora científica. • Cuaderno, lápiz, goma. • Hojas milimétricas para realizar gráficas.
Unidad III: COORDENADAS POLARES. **RAP1:** Obtiene lugares geométricos mediante la localización de puntos en el plano polar **RAP2:** Transforma ecuaciones paramétricas a la forma cartesiana y viceversa, en situaciones académicas.	• . Calculadora científica. • Cuaderno, lápiz, goma. • Hojas milimétricas para realizar gráficas.

6.- Actividades de estudio.

UNIDAD I. CONCEPTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA ANALÍTICA

1) Hallar el perímetro del triángulo cuyos vértices son (0, 4), (−4,1), (3, −3).

2) Hallar el perímetro del triángulo cuyos vértices son (−1, −2), (4, 2), (−3, 5).

3) Demostrar que el triángulo dado por las coordenadas de sus vértices es isósceles (2, 2), (6,6), (2, −2).

4) Demostrar que el triángulo dado por las coordenadas de sus vértices es isósceles (6, 7), (−8, −1), (−2, −7).

5) Demostrar que los puntos P(−5, 4), Q(−5, 1), R(0, 1) son los vértices de un triángulo rectángulo a través del Teorema de Pitágoras. Hallar el área.

6) Demostrar, mediante la fórmula de distancia, que los puntos siguientes son colineales (−2, 3), (−6, 1), (−10, −1).

7) Demostrar, mediante la fórmula de distancia, que los siguientes puntos son colineales (12,1), (−3, −2), (2, −1).

8) El extremo de un segmento tiene coordenada A(-3, 2) y su punto medio P(1, −4). Hallar la coordenada del otro extremo y graficar resultados.

9) Hallar la coordenada de un punto P (x, y) que divide al segmento P_1(5, 3) y P_2 (−3, −3) en relación r = 3 : 1.

10) Sabiendo que el punto (9, 2) divide al segmento que determinan los puntos P_1(6, 8) y P_2 (X_2, Y_2) en la relación r = 7 / 3, hallar la coordenada de P_2.

11) Hallar la razón $r = \frac{P_1P}{PP_2}$ en que el punto P(−1, 5) divide al segmento P_1(2, 3) y P_2 (5, 1). Grafica.

12) Hallar las coordenadas que dividen al segmento en 4 partes iguales cuyos extremos son (2, −3) y (−4, 6).

13) Calcular la coordenada del punto P(x, y) que divide al segmento A(8, −4), B(2, 4), en la razón r = −2.

14) Determinar el área y perímetro del triángulo cuyos vértices son: A(−2, −1), B(2, 2) y C(5, −2)

15) Determinar el área del siguiente polígono definidos por los puntos A (−6, −2), B (4, 3), C (5, 5) y D (5, −2).

16) Determinar el área del siguiente polígono definidos por los puntos A (−3, 1), B (−2, 5), C (2, 4) y D (1, 0).

Ángulo de inclinación y pendiente de una recta

1) Determinar la pendiente y el ángulo de inclinación de la recta que pasa por los puntos: A (−3, 2), B (7, −3).

2) Los vértices de un triángulo son los puntos A (2, −2), B (−1, 4) y C (4, 5), calcular la pendiente de cada uno de los lados.

3) ¿Cuál es el ángulo de inclinación de una recta cuya pendiente es:

a) 1 b) – 1 c) $\sqrt{3}$

4) Una recta tiene pendiente 3 y pasa por el punto A (3, 2). La abscisa del punto B de la recta es 4, encontrar el valor de la ordenada.

5) Tres de los vértices de un paralelogramo son: A (-1, 4), B (1, -1), C (6, 1), si la ordenada del cuarto vértice es 6, ¿Cuál es su abscisa?

6) Hallar la pendiente y el ángulo de inclinación de la recta que pasan por los puntos $(3, 4)\ y\ (1, -2)$.

7) Hallar la pendiente y el ángulo de inclinación de la recta que pasan por los puntos $(-5, 3)\ y\ (2, -3)$.

8) Demostrar si los siguientes puntos son colineales, usando el concepto de pendiente, $(2, 3), (-4, 7)\ y\ (5, 8)$.

9) Aplicando el concepto de pendiente, demostrar que los puntos siguientes son los vértices de un triángulo rectángulo (2, 4), (4, 8), (6, 2).

10) Aplicando el concepto de pendiente, demostrar que los siguientes puntos son los vértices de un triángulo rectángulo $(3, -2), (-2, 3), (0, 4)$.

- **Ángulo entre 2 rectas**

1) Hallar los ángulos interiores del triángulo, cuyos vértices son los puntos $(-2, 1)$, $(3, 4)$, y $(5, -2)$.

2) Hallar los ángulos interiores del triángulo, cuyos vértices son los puntos $(-5, -1)$, $(4, -4)$ y $(6, 2)$.

3) Hallar la pendiente de una recta que forma un ángulo de 45° con la recta que pasa por los puntos con coordenadas $(2, -1)$ y $(5. 3)$.

4) Demostrar que los puntos A (1, 1), B (5, 3), y C (6, -4), son vértices de un triángulo isósceles y encontrar el valor de uno de los ángulos iguales.

5) Dos rectas se cortan formando un ángulo de 135°, y sabiendo que la recta final tiene una pendiente de –3, calcular la pendiente de la recta inicial.

6) Determinar el ángulo formado por las rectas definidas por los puntos: A (2, 2), B (-5, 6) y C (3, -2), D (8, 5).

7) Los vértices de un triángulo son los puntos $(2, 3)$, $(-1, -1)$, $(-3, -3)$. Hallar: el perímetro del triángulo, los puntos medios de cada lado, el área del triángulo, la longitud de las medianas y los ángulos interiores.

- **Condición de paralelismo y perpendicularidad**

1) Demostrar que la recta que pasa por los puntos $(-4, 3)$ y $(6, -1)$ es perpendicular a la recta $(2, 4)$ y $(-2, -6)$.

2) Encontrar la pendiente de una recta perpendicular que pasa por los puntos (3, -2) y (-3, -1).

3) Demostrar que la recta que pasa por los puntos $(-3, 0)$ y $(3, 5)$ es paralela a la recta $(4, -1)$ y $(10, 4)$.

- **Lugar Geométrico**

1. Un punto se mueve de tal manera que su distancia al punto A(2, 3) es siempre igual a 5 unidades. Hallar la ecuación de lugar geométrico y graficar.
2. Obtener el lugar geométrico de un punto que se mueve de tal manera que permanece equidistante del punto (4, 2) hoy en 12 unidades.
3. Encontrar la ecuación de lugar geométrico de los puntos P(x, y) que se mueven de tal manera que equidistan de los puntos A(-4, -3) y B(6, -5). Graficar.
4. Encontrar la ecuación del lugar geométrico de los puntos P(x, y) que se mueven de tal manera que equidistan del punto Q(4, -3) y del eje x. Graficar.
5. Encontrar la ecuación del lugar geométrico de los puntos P(x, y) que se mueven de tal manera que equidistan del punto A(4, 2) y del eje y. Graficar.

- **Recta**

1) Hallar la ecuación de la recta que satisface la siguiente condición: $P\ (3, 1)$, $m = 2$

2) Hallar la ecuación de la recta que satisface la siguiente condición: $P\ (3, -1)$, $m = 2/\ 3$.

3) Hallar la ecuación de la recta que satisface la siguiente condición: P $(-\ 3/\ 2, 7/\ 2)$, $m = -1$.

4) Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(5 - 3)$ y $(5, -2)$.

5) Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos (2, 1) y (5, 6).

6) Las ecuaciones de los lados de un triángulo son: $x - 3y = 0$, $2x + 7y = 0$ y $4x + y - 14 = 0$. Determinar las coordenadas de los vértices.

7) Encontrar la ecuación de la recta, cuya intersección con el eje Y es 4 y su pendiente $m = -3$.

8) ¿Cuál es la pendiente y la intersección con el eje "y" de la recta $4x - 5y + 12 = 0$?

9) Transformar a la forma pendiente-ordenada al origen la siguiente ecuación: $3x + 5y - 7 = 0$.

10) Graficar la recta de la ecuación $2x + 3y - 9 = 0$.

11) Determinar la ecuación general de la recta que pasa por el punto $A\ (-5, 3)$ y es perpendicular a la recta:

$3x + 2y - 6 = 0$.

12) Una recta pasa por el punto (2, 3) y es paralela a la recta $x - 2y = 0$, ¿Cuál es su ecuación general?

13) Para las rectas $x + 4y - 4 = 0$ y $2x - 3y + 6 = 0$, determinar la medida del ángulo agudo que forman.

14) Encontrar la ecuación general de la recta, cuya abscisa y ordenada al origen respectivamente son 2 y -3.

15) Transformar a la forma simétrica y determina las intersecciones con los ejes de la recta: $2x + 3y - 6 = 0$.

16) Una recta pasa por los puntos (2, 5) y (−1, 4). Expresar en su forma simétrica.

17) Expresar en su forma normal la ecuación de la recta para la cual α y p son: $\alpha = 120°$ y $p = \sqrt{2}$.

18) Expresar en su forma normal la ecuación de la recta para la cual α y p son: $\alpha = 120°$ y $p = 1$.

19) Determinar la distancia del punto dado a la recta indicada: $P(1, 4)$; $2x - 7y + 3 = 0$.

20) Determinar la distancia del punto dado a la recta indicada: $P(-2, -5)$; $x + 4y - 10 = 0$.

21) Encontrar la distancia entre las rectas paralelas $2x + 3y + 1 = 0$ y $2x + 3y - 6 = 0$.

22) Los vértices $A\,(-2, 1)$, $B(4, 7)$ y $C(6, -3)$ son de un triángulo, determinar: a) Las ecuaciones de las medianas. b) Las ecuaciones de las mediatrices. c) Las ecuaciones de las alturas.

23) Una recta que pasa por el punto A (7, 8) y es paralela a la recta C (-2, 2) y D (3 , -4), hallar su ecuación.

24) Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto A (-6, -3) y tiene un ángulo de inclinación de 45°.

25) Hallar la ecuación de la recta cuya pendiente es –3 y cuya intersección con el eje “y” es de –2.

26) Hallar la ecuación de una recta, determinando los coeficientes de la forma general, si los segmentos que determina sobre los ejes “x”, “y”, es decir, sus intersecciones son 3 y –5 respectivamente.

27) Hallar la pendiente e intersecciones con los ejes de la recta $7x - 9y + 2 = 0$.

28) Hallar la pendiente, el ángulo y las intersecciones de la recta que pasa por el punto A (2, 3) y es perpendicular a la recta $2x - 7y + 2 = 0$.

29) Una recta pasa por el punto de intersección de las rectas $2x - 3y - 5 = 0$ y $x + 2y - 13 = 0$ y el segmento que determina sobre el eje “x” es igual al doble de su pendiente, hallar la ecuación de dicha recta.

30) La ecuación de una recta es: $3x + 8y - 47 = 0$, hallar la ecuación de la perpendicular en el punto B (1/3, 5).

31) La ecuación de una recta es: $3x + 8y - 47 = 0$, hallar la ecuación de la paralela que pasa por A (3, 2).

32) Encontrar el ángulo que forma la primera recta con la segunda, siendo:

Recta1: $x - 3y + 7 = 0$ Recta2: $3x - 4y + 6 = 0$

33) Hallar la ecuación de la mediatriz del segmento que une los puntos A (-3, 2) y B (1, 6).

UNIDAD II. CÓNICAS

El término *cónica* se deriva de la palabra *cono,* que es una figura geométrica que puede formarse a partir de una recta que se hace girar respecto a un eje, como se muestra en la figura 1.
Un cono circular recto de dos mantos es una superficie que se obtiene al girar una recta L, alrededor de otra recta E, manteniendo siempre el mismo ángulo entre ambas. El conjunto de dos puntos generados por la línea L se llama *cono circular recto.*
En la figura 2 se observa que el cono consta de dos partes, llamados *mantos*, que se intersecan en un punto. La recta fija E se llama eje del cono; el punto V, que es donde se intersecan las dos partes (mantos) del cono, se denomina *vértice*.
Las líneas que pasan por el vértice formando el mismo ángulo que generan E y L se llaman generatrices del cono. Así, cada generatriz es una línea recta que se encuentra totalmente sobre el cono.

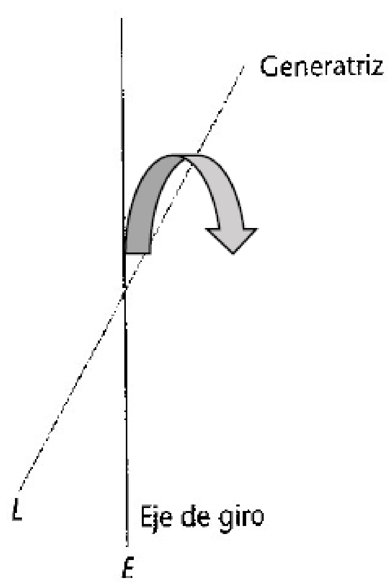


Figura 1. Al girar la recta generadora en torno al eje de giro se produce un cono.

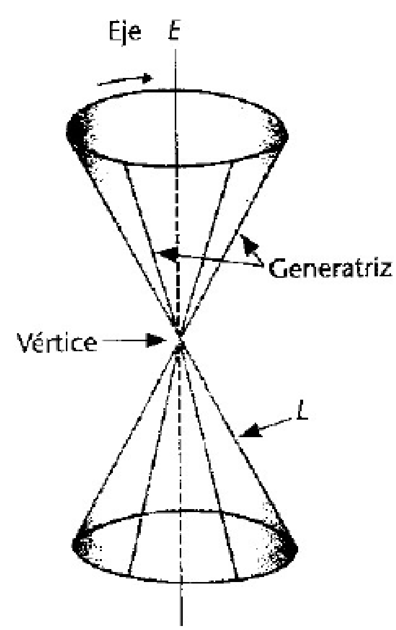


Figura 2. Cono circular recto generado al girar la generatriz.

Las secciones cónicas, o simplemente cónicas son curvas que se obtienen de la intersección de un cono circular recto con un plano, dependiendo de la inclinación del plano es como se forma una cónica como se observa en la figura 3.

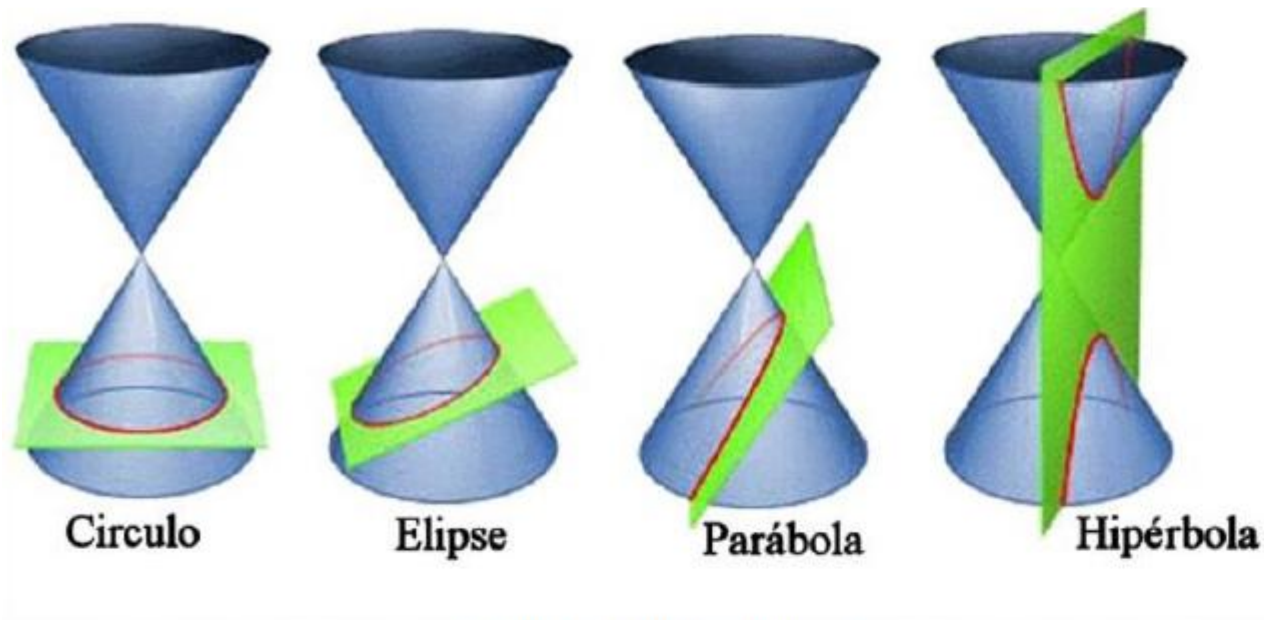


Figura 3. Secciones cónicas.

CIRCUNFERENCIA

1) Encontrar la ecuación de la circunferencia con centro en el origen y radio:

a) r = 9 b) $r = \sqrt{11}$ c) r = 1.44

2) Encontrar el centro y radio de la circunferencia $x^2 + y^2 - 225 = 0$

3) Hallar la ecuación de la circunferencia que cumple con las condiciones siguientes: C (−12, 5) y r = 13.

4) Hallar la ecuación de la circunferencia si, el diámetro es el segmento de recta que une los puntos A (−3, 4), B(7, 6).

5) Hallar la ecuación de la circunferencia con centro (3, −5) y pasa por el punto (3, −3).

6) Hallar la ecuación de la circunferencia si su centro es C (5 /3 , 1/ 3) y radio $r = \sqrt{3}$.

7) Hallar la ecuación de la circunferencia que cumple con las condiciones siguientes: C (2,-6), r = 5

8) Hallar centro, radio y trazar la gráfica de la circunferencia cuya ecuación es: $x^2 + y^2 + 8x - 4y - 5 = 0$

9) Hallar centro, radio y trazar la gráfica de la circunferencia cuya ecuación es $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 15 = 0$.

10) Hallar centro, radio y trazar la gráfica de la circunferencia cuya ecuación es $3x^2 + 3y^2 - 4x + 2y + 6 = 0$

11) Hallar centro, radio y trazar la gráfica de la circunferencia cuya ecuación: $9x^2 + 9y^2 + 18x - 36y - 90 = 0$

12) Obtener la ecuación de la circunferencia cuyo centro es C (−2, 3) y es tangente a la recta $7x + 11y - 5 = 0$.

13) Hallar la ecuación de la recta tangente a la circunferencia $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 3 = 0$ en el punto (-1,6).

14) Encontrar la ecuación de la recta en su forma general que es tangente a la circunferencia:

$(x - 3)^2 + (y - 12)^2 = 100$, en el punto P (- 5, 6).

15) Encontrar la ecuación general de la circunferencia con centro C (−1, −3) que sea tangente a la recta que une los puntos (−2, 4) y (2, 1).

16) Obtener la ecuación, centro y radio de la circunferencia que pasa por los puntos: (3, 0), (4, 2), (0, 1).

17) Obtener la ecuación, centro y radio de la circunferencia que pasa por los puntos: (−3, −1), (4, −2), (1, 2)

PARÁBOLA.

1) Encontrar las coordenadas del vértice, foco, los puntos extremos del lado recto y la ecuación de la directriz de las siguientes parábolas. Indicar hacia donde abren las ramas. Dibujar la gráfica de cada parábola.

a) $y^2 = -9x$ b) $2x^2 - 12y = 0$ c) $y^2 + 16x = 0$

2) Encontrar la ecuación ordinaria de la parábola si: Foco (0, 2) y directriz y = −2

3) Encontrar la ecuación ordinaria de la parábola si: A(2, −1) y B(−2, −1) son los extremos del lado recto.

4) Encontrar la ecuación general de la parábola si: Vértice (0, 0), eje vertical y pasa por el punto (2, 4).

5) Encontrar la ecuación general de la parábola si: Vértice (0, 0), abre hacia abajo y su lado recto es igual a 12.

6) Hallar la ecuación ordinaria y general de la parábola si: V (3,0); F (3,3).

7) Hallar la ecuación ordinaria y general de la parábola si: V (2,2); F (−2,2).

8) Hallar la ecuación ordinaria y general de la parábola si: $Lado\ Recto$ = 16; $abre\ hacia\ abajo$; V (−2, −3.)

9) Hallar la ecuación ordinaria y general de la parábola si: V (3,2); $extremos\ del\ lado\ recto$: (−2,12) y (−2, −8).

10) Hallar la ecuación ordinaria y general de la parábola si: V (−2, −4); p = 1; $vertical$. (2 soluciones)

11) Obtener todos los elementos de la parábola cuya ecuación es: (graficar) $y^2 - 10y - 12x + 37 = 0$.

12) Obtener todos los elementos de la parábola cuya ecuación es: (graficar) $x^2 - 12x + 16y + 68 = 0.$

13) Obtener todos los elementos de la parábola cuya ecuación es: (graficar) $x^2 - 24y + 48 = 0.$

14) Obtener todos los elementos de la parábola cuya ecuación es: (graficar) $y^2 + 8y + 20x + 56 = 0.$

15) Obtener todos los elementos de la parábola cuya ecuación es: (graficar) $3y^2 + 6y - 4x + 15 = 0.$

16) Determinar la ecuación de la parábola cuyo vértice es el punto (3,3) con eje focal paralelo al eje y, pasa por el punto (6,6)

NOTA: Elementos de la parábola (vértice, foco, directriz, longitud del lado recto, hacia donde abren las ramas, ecuación ordinaria y general de la parábola)

ELIPSE.

1) Determinar todos los elementos de la siguiente elipse. Dibujar su gráfica. $3x^2 + 4y^2 = 48$

2) Hallar la ecuación ordinaria y general de la elipse si: V(±6, 0), F(±5, 0)

3) Hallar la ecuación ordinaria y general de la elipse si: V(5, 0), F(3, 0) y lado recto = 9

4) Hallar la ecuación ordinaria y general de la elipse si: F(0, ±3) y excentricidad es igual a 3 / 5.

5) Hallar la ecuación ordinaria y general de la elipse si: V(0, ±2) y pasa por el punto (−1, 1)

6) Hallar la ecuación general de la elipse si: centro(0,0), focos están en el eje “x” y pasa por los puntos $A\left(-3, 2\sqrt{3}\right)\ y\ B\left(4, \frac{4\sqrt{5}}{3}\right)$

7) Hallar la ecuación de la elipse si: C (7, −2), $eje\ mayor$ = 8, $eje\ menor$ = 4 $y\ eje\ focal\ paralelo\ al\ eje\ x.$

8) Hallar la ecuación de la elipse si: $V\acute{e}rtices\ en$ (−2, −5), (−2, 3) $y\ sus\ focos\ en$ (−2, −4), (−2, 2).

9) Hallar la ecuación de la elipse si: $V\acute{e}rtices\ en$ (0,0), (8,0) y B_1 (4,3), B_2 (4, −3).

10) Hallar la ecuación de la elipse si: $Los\ v\acute{e}rtices\ son$ (1,1) y (7,1),$y\ su\ excentricidad\ es$ 1/3.

11) Hallar la ecuación de la elipse si: B_1 (3,2), B_2 (3,6) $y\ su\ eje\ mayor\ igual\ a$ 10 $unidades.$

12) Hallar la ecuación de la elipse si: $Los\ focos$ (−9, −2) y (−3, −2) $y\ su\ excentricidad$ 3 / 5.

13) Hallar la ecuación de la elipse si: $Centro\ en$ (5,1), $v\acute{e}rtice$ (5,4) $y\ uno\ de\ los\ extremos\ del\ eje\ menor\ es$ (3,1).

14) Hallar la ecuación de la elipse si: $La\ longitud\ de\ su\ eje\ menor\ es$ 4, $y\ sus\ v\acute{e}rtices\ son$ (−1,3) y (5,3).

15) Hallar la ecuación de la elipse si: $Sus\ vértices$ son $(8, -1)$ y $(-4, -1)$, $y\ la\ longitud\ del\ lado\ recto\ es$ 3

16) Determinar los elementos de la siguiente elipse: (graficar) $x^2 + 16y^2 - 10x + 64y + 73 = 0.$

17) Determinar los elementos de la siguiente elipse: (graficar) $4x^2 + y^2 - 16x - 6y - 11 = 0.$

18) Determinar los elementos de la siguiente elipse: (graficar) $4x^2 + 9y^2 - 8x - 36y + 4 = 0.$

19) Determinar los elementos de la siguiente elipse: (graficar) $5x^2 + 9y^2 + 30x - 36y + 36 = 0.$

20) Determinar los elementos de la siguiente elipse: (graficar) $16x^2 + 25y^2 + 64x + 50y - 311 = 0$

21) Determinar los elementos de la siguiente elipse: (graficar) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$

22) Determinar los elementos de la siguiente elipse: (graficar) $x^2 + \frac{y^2}{10} = 1$

21) Determinar los elementos de la siguiente elipse: (graficar) $\frac{(x-2)^2}{64} + \frac{(y-2)^2}{36} = 1$

21) Determinar los elementos de la siguiente elipse: (graficar) $\frac{(x-1)^2}{25} + \frac{(y-3)^2}{36} = 1$

NOTA: Elementos de la elipse (Centro, vértices, focos, excentricidad, longitud del lado recto, eje mayor, eje menor, eje focal, parámetros a, b, c, ecuación ordinaria y general de la elipse)

HIPÉRBOLA

1) Determinar todos los elementos de la siguiente hipérbola. Dibujar su gráfica. $2x^2 - 3y^2 = 12$

2) Hallar la ecuación ordinaria de la hipérbola si: V(±2, 0), F(±5, 0)

3) Hallar la ecuación ordinaria de la hipérbola si: V(0, ±3) y distancia focal igual a 7.

4) Hallar la ecuación general de la hipérbola si: V(±4, 0) y excentricidad igual a 3.

5) Hallar la ecuación general de la hipérbola si: F(0, ± ½) y excentricidad igual a 6 / 5.

6) Encontrar la ecuación general de la hipérbola cuyas asíntotas son las rectas 3y – 4x = 0 ; 3y + 4x = 0 y uno de sus focos es F(6, 0).

7) Encontrar la ecuación general de la hipérbola que pasa por el punto (2, 8) con vértices V(0, ±4).

8) Hallar la ecuación de la hipérbola si: $Centro$ (1,3), $vértice$ (4,3) $y\ un\ extremo\ del\ eje\ conjugado\ es$ (1,1).

9) Hallar la ecuación de la hipérbola si: $eje\ transverso\ es\ paralelo\ al\ eje$ “x” $y\ mide$ 12, $eje\ conjugado\ mide$ 10 $y\ su\ centro\ es$ $(2, -1)$.

10) Hallar la ecuación de la hipérbola si: un $vértice\ es$ $(-4,0)$, $y\ focos$ son $(-5,0)$ y $(1,0)$.

11) Hallar la ecuación de la hipérbola si: $vértices\ son$ $(-6,8)$ y $(2,8)$, $su\ excentricidad\ es\ igual\ a$ $3/2$.

12) Hallar la ecuación de la hipérbola si: $Un\ foco\ es$ $(-1, 2)$ $y\ los\ extremos\ del\ eje\ conjugado\ en$ $(3, -1)$ y $(3, 5)$

13) Hallar la ecuación de la hipérbola si: $vértices\ son$ $(1, 8)$ y $(1, -2)$, $y\ la\ longitud\ de\ eje\ conjugado\ es$ 8.

14) Hallar la ecuación de la hipérbola si: $Longitud\ del\ eje\ conjugado$ es 6, $y\ vértices$ son $(-1, 3)$ y $(5, 3)$.

15) Hallar la ecuación de la hipérbola si: $Longitud\ del\ lado\ recto\ es$ 5, $y\ vértices$ son $(-2, -2)$ y $(6, -2)$.

16) Hallar la ecuación de la hipérbola si: $Longitud\ del\ eje\ conjugado\ es$ 6, $y\ focos$ son $(-5, 12)$ y $(-5, 4)$.

17) Determinar los elementos de la hipérbola: (graficar). $9x^2 - 16y^2 + 36x + 32y - 124 = 0$.

18) Determinar los elementos de la hipérbola: (graficar). $x^2 - y^2 - 6x - 4y + 4 = 0$.

19) Determinar los elementos de la hipérbola: (graficar). $x^2 - 4y^2 + 6x + 32y - 59 = 0$.

20) Determinar los elementos de la hipérbola: (graficar). $-\frac{x^2}{6} + y^2 = 1$.

21) Determinar los elementos de la hipérbola: (graficar). $2\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - (y-1)^2 = 4$.

22) Identificar la cónica que representa la siguiente ecuación: $2x^2 - 5y + 8x + 58 = 0$.

23) Identificar la cónica que representa la siguiente ecuación: $5x^2 - 4y^2 - 20x - 24y + 4 = 0$

NOTA: Elementos de la hipérbola (Centro, vértices, focos, excentricidad, longitud del lado recto, eje conjugado, eje transverso, eje focal, parámetros a, b, c, ecuación general de las rectas de las asíntotas, ecuación ordinaria y general de la hipérbola)

PROBLEMAS DE APLICACIÓN

- **Recta**

1) Un sistema de computación tiene 10 años de uso y su valor actual es de $ 23 000.00, pero hace cuatro años su valor era de $ 41 400.00 si el valor del sistema varia linealmente con el tiempo determinar:

a) La ecuación que expresa el valor del sistema en términos del tiempo transcurrido,

b) ¿Cuál fue el valor del sistema cuando era nuevo?,

c) ¿Cuál será el valor del sistema después de 12 años de uso?,

d) ¿Después de cuántos años de uso el valor del sistema se deprecia totalmente? (gráfica).

2) Una casa que tiene cuatro años de uso tiene un valor de $ 480 000, pero cuando era nueva su valor fue de $ 300 000. Si el valor de la casa varia linealmente con el tiempo, hallar:

a) La ecuación que expresa el valor de la casa en términos del tiempo
b) El valor de la casa durante 16 años
c) la variación del valor de la casa por año.

3) Una empresa tiene como gastos fijos $ 35 000, gastos variables de $ 300 por unidad y un precio de venta de $ 650 por unidad.

a) ¿Cuántas unidades se tienen que producir para no perder ni ganar?
b) ¿Cuáles serían sus ventas y sus costos a ese nivel de producción?

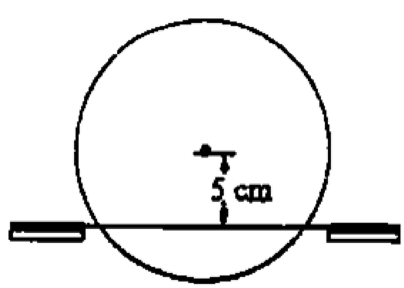
- **Circunferencia**

1) El servicio sismológico nacional, detectó un sismo con origen en la capital de Oaxaca a 7 km hacia el norte y 10 km hacia el oeste del centro de la ciudad, con un radio de afectación de 11 km a la redonda. Determinar:

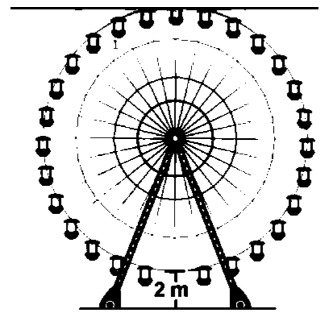
a) El diagrama en el plano cartesiano que representa el problema
b) La ecuación de la circunferencia que representa el área afectada
c) ¿El centro de la capital oaxaqueña estaría dentro del área afectada?

2) Un volante de 26 cm de diámetro va a montarse de modo que su eje está a 5 cm por arriba del nivel del piso, como se muestra en la figura.

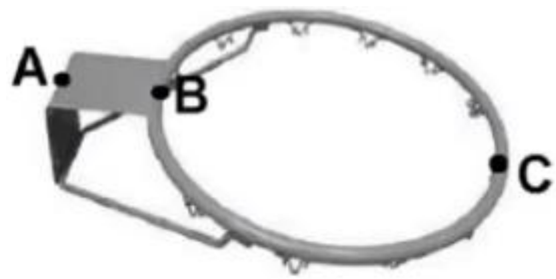
a) Escribir la ecuación de la trayectoria según iba por un punto en el borde. Utiliza la superficie del piso como el eje horizontal y la recta perpendicular que pasa por el centro como el eje vertical.
b) Encontrar el ancho de la apertura en el piso, permitiendo un juego de 2 cm a ambos lados del volante.



3) En la siguiente figura se presenta una rueda de la fortuna en un parque de diversiones, donde la distancia del punto más bajo de la rueda al suelo es de 2 metros y la distancia del punto más alto de la rueda al suelo es de 30 metros. Encontrar la longitud del radio de la rueda en metros.



4) La siguiente imagen corresponde a una parte de una canasta que se usa en los juegos de básquetbol, la cual está compuesta por una circunferencia o aro y un pie de apoyo. Si el segmento BC es el diámetro de la circunferencia que forma el aro, segmento AC = 60 cm y segmento AB = 15 cm, considere las siguientes proposiciones:



A – B – C

I. El radio de la circunferencia que forma el aro es de 30 cm
II. Para jugar basquetbol con esa canasta se puede utilizar un balón de 20 cm de diámetro

¿cuál de estas proposiciones son verdaderas?

- **Parábola**

1) Una antena para televisión tiene forma de paraboloide. Calcular la posición del receptor que se coloca en el foco si la antena tiene un diámetro de 10 ft y 2 ft de profundidad.

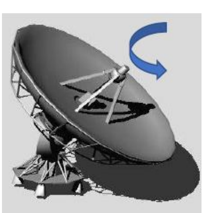


Figura 1. Antena de televisión.

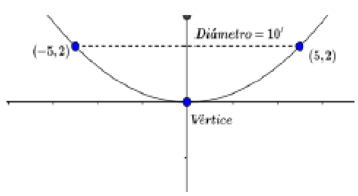
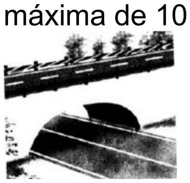


Figura 2. Plano cartesiano.

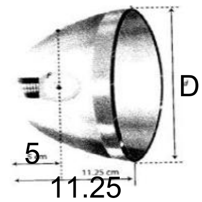
2) Los cables de un puente colgante forman un arco parabólico. Los pilares que lo soportan tienen una altura de 16 metros sobre el nivel del puente y están separados 200 metros. El punto más bajo del cable queda a 6 metros sobre la calzada del puente. Calcular la altura del cable a 80 metros del centro.

3) El arco parabólico que se forma en el puente de concreto de la figura tiene un claro de 80 metros y una altura máxima de 10 metros. Calcular la altura del arco a 8 metros del centro.



4) El faro de un automóvil tiene un reflector parabólico de 11.25 centímetros de profundidad. Si el bulbo luminoso está a 5 centímetros del vértice a lo largo del eje de simetría, determinar:

a) El diámetro del reflector
b) El ancho que tiene el faro al nivel del bulbo luminoso

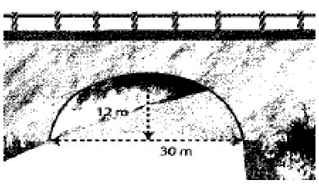


- **Elipse**

1) En la tabla siguiente se indica la excentricidad de las órbitas elípticas de los planetas ubicados alrededor del sol. ¿Cuál de ellas es más alargada? ¿Cuál de las Órbitas se acerca más a un tipo circular?

Planeta	Mercurio	Venus	Tierra	Marte	Júpiter	Saturno	Urano	Neptuno	Plutón
(e)	0.2056	0.0068	0.0167	0.0934	0.0484	0.0461	0.0100	0.0100	0.2484

2) Un puente tiene forma de arco semielíptico. Si su claro es de 30 metros y su altura máxima es de 12 metros, calcular su altura a 13 metros del centro.



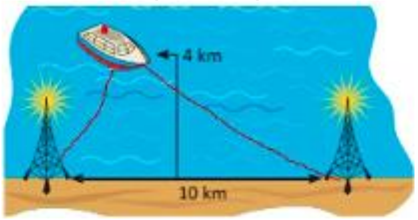
3) La longitud del eje mayor de la elipse que describe el planeta mercurio alrededor del sol es de 115.8 millones de millas y su excentricidad es 0.2056. Calcular las distancias máximas y mínimas del sol a mercurio.

4) Se desea construir un arco de forma semielíptica de 100 pulgadas de longitud y una altura máxima de 40 pulgadas. Para marcar su forma, un albañil usa una cuerda y dos chinchetas. Determinar:

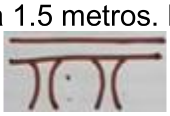
a) La longitud de cuerda que va a utilizar
b) En donde debe clavar las chinchetas respecto a los extremos de la cuerda.

- **Hipérbola**

1) Un barco envía señales hacia 2 torres ubicada sobre la costa a 10 km una de la otra, si al recibir la señal se calcula que la ubicación del barco a una de las torres es 6 km más lejana que la distancia a la otra torre. Determinar la posible posición del barco si este navega a 4 km de distancia de la costa.



2) Las bases de un puente describen una hipérbola, la parte más angosta mide 2 m y su excentricidad es igual a 1.5 metros. Hallar la ecuación ordinaria de la hipérbola.



3) En una colonia se construye un parque, para ello se contrata a un grupo de ingenieros que construirán un monumento en forma de florero gigante de 4.6 metros de altura y 4 metros de ancho en medio del parque. Para diseñar el florero necesitan saber el ancho que tendrá el cuello del florero y para ello sólo cuentan con la fórmula: $3x^2 - y^2 - 18x + 8y + 8 = 0$

4) Las torres de enfriamiento de las plantas nucleares de energía se diseñan con forma de hiperboloide de una hoja, si el diámetro de la parte más alta es 3.75 m y si se ubica a 9 m de altura, y el diámetro más pequeño es de 3 m y se ubica a 6 m de altura, determinar aproximadamente el diámetro de la base de la torre.

Una forma de hiperboloide es un cuerpo geométrico que resulta de girar una hipérbola alrededor de alguno de sus ejes. Si se gira alrededor del eje transverso se conoce como hiperboloide de 2 hojas y si se gira alrededor del eje conjugado se conoce como hiperboloide de una hoja.

Hiperboloide de 2 hojas

Hiperboloide de 1 hoja

UNIDAD III

COORDENADAS POLARES Y ECUACIONES PARAMÉTRICAS

En lugar de fijar la posición de un punto en el plano cartesiano $P(x, y)$, en función de sus distancias a dos rectas perpendiculares es preferible, a veces, hacerlo en función de su distancia (r) a un punto fijo $Q(r; \theta)$ y de la dirección (θ) con respecto a una recta fija que pase por este punto. Las coordenadas de un punto, en esta referencia, se llaman *coordenadas polares*, como se muestra en la figura 1.

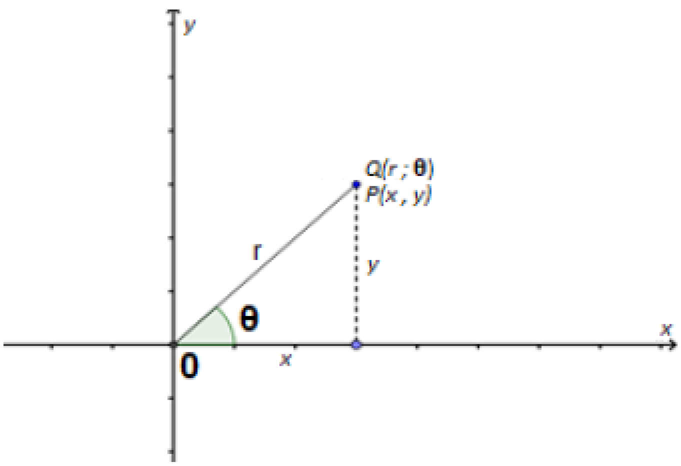


Figura 1.

$$sen\theta = \frac{y}{r} \qquad cos\theta = \frac{x}{r}$$

$$r^2 = x^2 + y^2 \qquad x = r * cos\theta$$

$$y = r * sen\theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\pi\ rad = 180°$$

$$2\pi\ rad = 360°$$

1) Representar los siguientes puntos en el plano polar:

a) (6, 75°) b) (-2, 270°) c) (4, π/3) d) (-5, π/6)

2) Transformar a coordenadas rectangulares el siguiente punto: A (6,45°).

3) Transformar a coordenadas rectangulares el siguiente punto: Q (5,60°).

4) Transformar a coordenadas rectangulares el siguiente punto: T (−3,120°).

5) Transformar a coordenadas polares el siguiente punto: A (5,12).

6) Transformar a coordenadas polares el siguiente punto: D (−4, −7).

7) Transformar a coordenadas polares los siguientes puntos: C (4, −3).

8) Encontrar la distancia entre los pares de puntos siguientes, expresando los resultados con 3 decimales.

a) (5; 45°) y (8; 90°) b) (50; 30°) y (50; 90°) c) (3; 150°) y (- 2; 60°)

9) Transformar la ecuación dada a su forma polar: 3x + 4y + 1 = 0.

10) Transformar la ecuación dada a su forma polar: $x^2 - y^2 = 16$

11) Transformar la ecuación dada a su forma polar: $x^2 - y^2 - 2x + 2y = 0$

12) Transformar la ecuación dada a su forma rectangular: $r = \frac{1}{1-2sen(\theta)}$

13) Transformar la ecuación dada a su forma rectangular: $r = \frac{3}{cos(\theta)+1}$

14) Transformar la ecuación dada a su forma rectangular: $r = 2 * sen(\theta)$

Álgebra

$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$

$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

$ax + ay = a(x + y)$

$ax^2 + bx + c = 0$ Sol. $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$(+)(+) = +$; $(\pm)(\mp) = -$; $(-)(-) = +$

$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$; $\frac{a}{b} * \frac{c}{d} = \frac{(a)(c)}{(b)(d)}$

$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{(a)(d)}{(b)(c)}$; $(a^m)^n = a^{m*n}$;

$(a^m)(a^n) = a^{m+n}$; $a^m / a^n = a^{m-n}$; $a^0 = 1$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$; $(a*b)^n = a^n b^n$;

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$; $\sqrt[m]{a^n} = a^{n/m}$; $a^1 = a$

$\sqrt[m]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}}$; $\sqrt[m]{a^n b} = \sqrt[m]{a^n} * \sqrt[m]{b}$

$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$; $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1\sqrt{a}}{a}$;

$\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} * \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}$

Elipse $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$

$a^2 = b^2 + c^2$ $e = \frac{c}{a}$; $e < 1$ $LR = \frac{2b^2}{a}$

2a = eje mayor 2b = eje menor

2c = eje focal

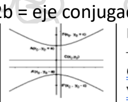
Horizontal	C(0,0) F($\pm$c,0) V($\pm$a,0) B(0, $\pm$b) $\boldsymbol{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1}$ <u>Centro fuera del origen</u>
C(h, k) →	F(h $\pm$ c, k) V(h $\pm$ a, k) B(h, k $\pm$ b) $\boldsymbol{\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1}$
Vertical	C(0,0) F(0, $\pm$c) V(0, $\pm$a) B($\pm$b, 0) $\boldsymbol{\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1}$ B(h$\pm$b, k) <u>Centro fuera del origen</u>
C(h, k) →	F(h, k $\pm$ c) V(h, k $\pm$ a) $\boldsymbol{\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1}$

Hipérbola Vertical

$c^2 = a^2 + b^2$ $LR = \frac{2b^2}{a}$ $e = \frac{c}{a}$; $e > 1$

2a = eje transversal

2b = eje conjugado 2c = eje focal

 Vertical	Forma General $-Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ C(0, 0) F(0, $\pm$ c) V(0, $\pm$ a) B($\pm$ b,0) $y = \pm \frac{a}{b} x$ asíntota $\boldsymbol{\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1}$ Puntos del cuadrado por donde pasan las asíntotas H ($\pm$ b, $\pm$ a) <u>Centro fuera del orígen</u>
C(h, k) →	F(h, k $\pm$ c) V(h, k $\pm$ a) B(h$\pm$b, k) $y - k = \pm \frac{a}{b}(x - h)$ $\boldsymbol{\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1}$

Geometría Analítica

L. Castillejos D.

Distancia entre 2 puntos

$d = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$

d = |x2 – x1| ;

$d = \frac{Ax+By+C}{\pm\sqrt{A^2+B^2}}$ (distancia de punto a recta)

Punto en una razón dada

$r_x = \frac{x-x_1}{x_2-x}$; $r_y = \frac{y-y_1}{y_2-y}$

$x = \frac{x_1+rx_2}{1+r}$; $y = \frac{y_1+ry_2}{1+r}$

Punto Medio

$x_m = \frac{x_1+x_2}{2}$; $y_m = \frac{y_1+y_2}{2}$

Baricentro

$B = \left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

<u>Angulo entre 2 rectas</u>

$\tan(\theta) = \frac{m_2-m_1}{1+m_1m_2}$

Área de Polígono

$A_\Delta = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix}^{(-)}_{(+)}$;

Pendiente

$m = \tan(A)$

$A = \tan^{-1}(m)$

$m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

Condición de perpendicularidad y paralelismo

$\perp$ m1*m2 = –1 ; // m1 = m2

<u>Recta</u>

y = mx + b ; (Forma pendiente – ordenada al orígen)

y – y1 = m(x – x1) ; (Forma punto – pendiente)

$y - y_1 = \left(\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\right)(x - x_1)$; (Forma 2 puntos)

$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$; (Forma Simétrica)

$Ax + By + C = 0$ (Forma General) $m = -\frac{b}{a}$; $m = -\frac{A}{B}$; $b = -\frac{C}{B}$

x*cos(ω) + y*sen(ω) – p = 0

<u>Circunferencia:</u> Centro: C(h, k) Forma ordinaria

$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

Forma general

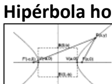
$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$

$h = -\frac{D}{2}$ $k = -\frac{E}{2}$ radio: $r = \sqrt{h^2 + k^2 - F} = \frac{1}{2}\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}$

Parábola

–	V(0,0) F(–p,0) D: x= $+p$ LR = 4p rama a la izq y2 = –4px <u>Vértice fuera del origen</u>	+	V(0,0) F(+p,0) D: x=$-p$ LR = 4p rama a la der y2 = +4px <u>Vértice fuera del origen</u>
V(h, k)→	F(h–p, k) D: x= $h + p$ (y – k)2 = –4p(x – h)	V(h, k)→	F(h+p, k) D: x= $h - p$ (y – k)2 = 4p(x – h)
+	V(0,0) F(0,+p) D: y= $-p$ LR = 4p rama arriba x2 = +4py <u>Vértice fuera del origen</u>	–	V(0,0) F(0,–p) D: y= $+p$ LR = 4p rama abajo x2 = –4py <u>Vértice fuera del origen</u>
V(h, k)→	F(h, k+p) D: y= $k - p$ (x – h)2 = 4p(y – k)	V(h,k) →	F(h, k–p) D: y= $k + p$ (x – h)2 = –4p(y – k)

Hipérbola horizontal

 Horizontal	Forma General $Ax^2 - Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ C(0, 0) F($\pm$ c, 0) V($\pm$ a, 0) B(0, $\pm$ b) $y = \pm \frac{b}{a} x$ asíntota $\boldsymbol{\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1}$ Puntos del cuadrado por donde pasan las asíntotas H ($\pm$ a, $\pm$ b)	<u>Centro fuera del origen</u> C(h, k) F(h $\pm$ c, k) V(h $\pm$ a, k) B(h, k $\pm$ b) $y - k = \pm \frac{b}{a}(x - h)$ <u>Ecuación en su forma ordinaria</u> $\boldsymbol{\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1}$

8.- Presidenta de Academia.

Docente	
Liliana Castillejos Domínguez	**Presidenta de Academia**