



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARIA ACADÉMICA
DIRECCIÓN DE EDUCACION MEDIA SUPERIOR
CENTRO DE ESTUDIOS CIENTÍFICOS Y TECNOLÓGICOS No. 13
"RICARDO FLORES MAGÓN"

GUÍA

de estudio para presentar
Examen a Título de Suficiencia de la
UNIDAD DE APRENDIZAJE
Geometría Analítica
Semestre 2026/2
TURNO MATUTINO

Presidente de academia: **Adriana Gómez Reyes**

Fecha de Elaboración: 25/10/2025

Área: Básica	Carrera: Tronco común	Nombre de la Unidad de Aprendizaje: Geometría Analítica	Nivel/semestre: Tercero
------------------------	---------------------------------	---	-----------------------------------

Instrucciones generales de la guía

- La presente guía **No tiene valor en la calificación final; es solo un instrumento de estudio**
- No se debe entregar
- Debes resolverla apoyándote en las fuentes de información sugeridas.

Procedimiento para la revisión del ETS.

El alumno deberá asistir al área correspondiente para solicitar el formato de revisión de examen, en dónde el jefe de área firmará e informará al profesor correspondiente para realizar dicha revisión.

El profesor tiene 72 hrs. a partir de la aplicación del examen para subir calificaciones de tal manera que el alumno puede solicitar la revisión a partir de que transcurra ese tiempo.

Presentación

Esta guía fue elaborada por los profesores de la Academia en un esfuerzo por ayudarte a que logres alcanzar las competencias que se requieren para aprobar la unidad de aprendizaje. Es importante que consideres el tiempo que le dedicarás a resolverla, ya que, entre más tiempo le dediques, mejores serán los resultados

Objetivos

El **objetivo** es preparar al estudiante para que desarrolle competencias en las que el proceso metodológico debe reflejar la aplicación de los conceptos de Geometría Analítica en el plano cartesiano, particularmente las rectas y las cónicas: circunferencia, parábola, elipse e hipérbola; donde los resultados justifiquen la solución del problema relacionado con los ámbitos académico, social y global, según se indica en cada una de las unidades, atendiendo a las tres ramas del conocimiento

Justificación

La resolución de problemas abstractos y de aplicación a diversos ámbitos es la que permite generar e integrar el conocimiento, ya que a través de la identificación de los datos del problema, su manejo y la obtención de resultados, se favorece lograr una mejor asimilación de estos. Es importante que, a lo largo de la actividad, los alumnos desarrollen su capacidad para comunicar su pensamiento y se habitúen gradualmente a los diversos medios de expresión matemática: lenguajes natural, simbólico y gráfico.

Competencias y contenidos conceptuales que integra el programa de estudios

Competencias General

Resuelve problemas referentes a lugares geométricos y sus respectivas ecuaciones, utilizando los diferentes sistemas de coordenadas, en situaciones académicas y sociales.

Competencia 1

Resuelve problemas de lugares geométricos, en particular de línea recta empleando las propiedades del plano cartesiano en situaciones académicas y sociales.

Competencia 2

Resuelve problemas que involucren ecuaciones de segundo grado y su representación gráfica, mediante la identificación de los elementos específicos de cada una de las cónicas, en situaciones académicas y sociales..

Competencia 3

Transforma las ecuaciones de lugares geométricos a los diferentes sistemas de coordenadas, transitando de cartesianas a polares, paramétricas y viceversa en situaciones académicas..

Desarrollo de actividades de estudio

- Designa un lugar fijo, ventilado y con luz.
- Establece un horario de estudio
- Para resolver la guía, transcriba el enunciado del problema con tinta, resuelve el problema con lápiz y enmarca el resultado con rojo.

Bibliografía básica

- Geometría Analítica (libro para el estudiante). AIM (Academia Institucional de Matemáticas-NMS-IPN) IPN 2005
- Geometría Analítica. Rider R. Paul Montaner y Simón
- Geometría Analítica. Oteyza, Lam, Hernández Carrillo, Ramírez Pearson 2005
- Geometría Analítica. Lehmann, Charles H. Limusa 2003
- Geometría Analítica. Cruz Sánchez Toribio EDIMAF 2003
- Geometría Analítica. Fuenlabrada, Samuel MC GRAW HILL 2007
- Cálculo con Geometría Analítica. Zill, Dennis G. Iberoamericana

Integrantes de la academia

- Adriana Gómez Reyes
- Ana Laura Rojas Rodríguez
- Christopher C. Pérez Ramírez
- Minerva Delgado Díaz
- Enrique Crisóstomo Bravo

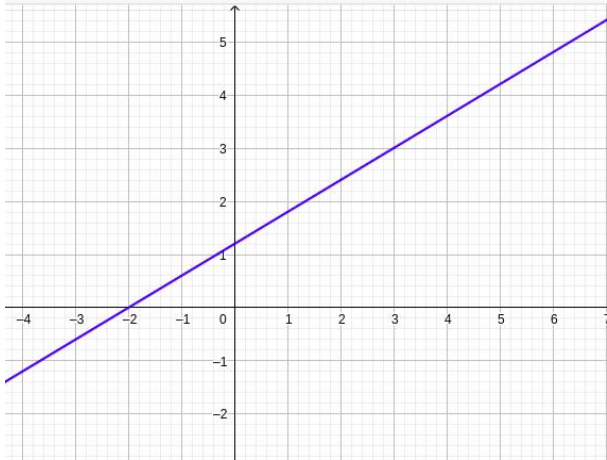
Conceptos básicos de geometría analítica

1. Demostrar que los puntos $A(1, 2)$, $B(3, -2)$ y $C(4, 1)$ son vértices de un triángulo rectángulo.
2. Sean los puntos $A(-9, -2)$ y $B(3, 2)$, calcular las coordenadas de los puntos que dividen al segmento \overline{AB} en 4 partes iguales.
3. Sean los puntos $A(-4, -1)$ y $B(2, 2)$, calcular las coordenadas del punto P que divide al segmento dirigido \overline{AB} en la razón $r = \frac{AP}{PB} = \frac{5}{2}$.
4. Determinar los puntos de trisección del segmento \overline{AB} formado por $A(-5, 2)$ y $B(-2, -4)$
5. Determinar los puntos de trisección del segmento \overline{AB} formado por $A(-2, -6)$ y $B(1, 3)$
6. Los extremos de un segmento de recta son los puntos $A(-3, 2)$ y $B(9, -6)$, ¿cuál es el valor de la razón $r = \frac{AP}{PB} = ?$, en la que el punto $P(0, 0)$ divide al segmento?
7. Los extremos de un segmento de recta son los puntos $A(1, -1)$ y $B(7, -4)$, ¿cuál es el valor de la razón $r = \frac{AP}{PB} = ?$, en la que el punto $P(-3, 1)$ divide al segmento?
8. Determinar la longitud de las medianas del triángulo cuyos vértices son: $A(4, 1)$, $B(-4, 5)$ y $C(-2, -1)$
9. Los extremos del diámetro de un círculo se encuentran localizados en las coordenadas $A(3, -5)$ y $B(-5, 7)$. Determina las coordenadas del centro y el valor del radio.
10. Un diámetro de una circunferencia se encuentra delimitado por los puntos $A(-4, 2)$ y $B(-1, -6)$. Determina las coordenadas del centro y el valor del radio.

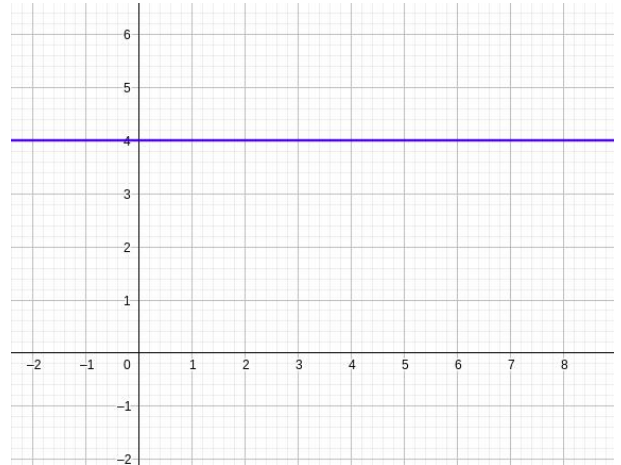
-
11. Determinar el área del triángulo cuyos vértices se encuentran en $A(1, 0)$, $B(1, 4)$ y $C(-5, 3)$
12. Determinar el área del triángulo cuyos vértices se encuentran en $A(1, 6)$, $B(-5, 3)$ y $C(-5, 0)$
13. Determinar el área del triángulo cuyos vértices se encuentran en $A(3, 2)$, $B(-1, 5)$ y $C(0, -4)$
14. Determinar el área del triángulo cuyos vértices se encuentran en $A(4, 1)$, $B(3, 4)$ y $C(-4, -5)$
15. Una recta pasa por los puntos $A(-\frac{2}{3}, -\frac{5}{4})$ y $B(\frac{11}{3}, \frac{21}{4})$. ¿Cuál es el valor de su pendiente?
16. ¿Cuál es el valor de la pendiente de una recta paralela a la recta que pasa por los puntos $A(-\frac{9}{4}, \frac{21}{5})$ y $B(\frac{5}{5}, -\frac{18}{5})$?
17. ¿Cuál es el valor de la pendiente de una recta perpendicular a la recta que pasa por los puntos $A(-\frac{9}{4}, \frac{21}{5})$ y $B(\frac{5}{5}, -\frac{18}{5})$?
18. Calcular los ángulos formados por dos rectas L_1 y L_2 que se intersectan, si sus pendientes son $m_1 = \frac{5}{3}$ y $m_2 = \frac{1}{4}$ respectivamente.
19. Calcular los ángulos interiores del triángulo cuyos vértices son $A(-2, -1)$, $B(2, 2)$ y $C(-4, 1)$.
20. Demostrar que el triángulo formado por los vértices $A(5, 2)$, $B(-1, 0)$ y $C(1, -2)$ es un triángulo rectángulo.

Recta

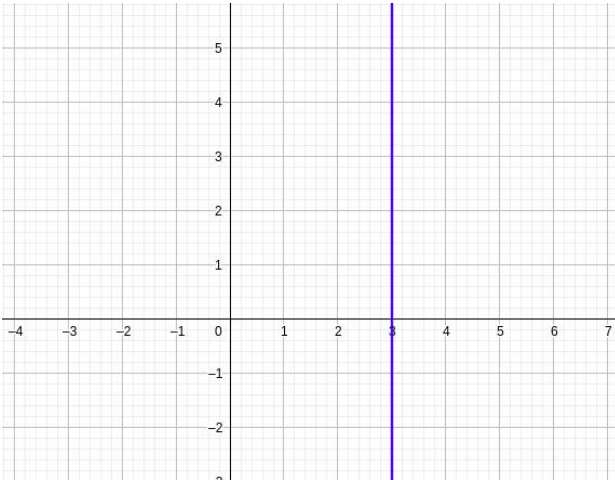
1. Dadas las gráficas de cada recta que se muestran a continuación, determinar por simple inspección el valor de la pendiente.



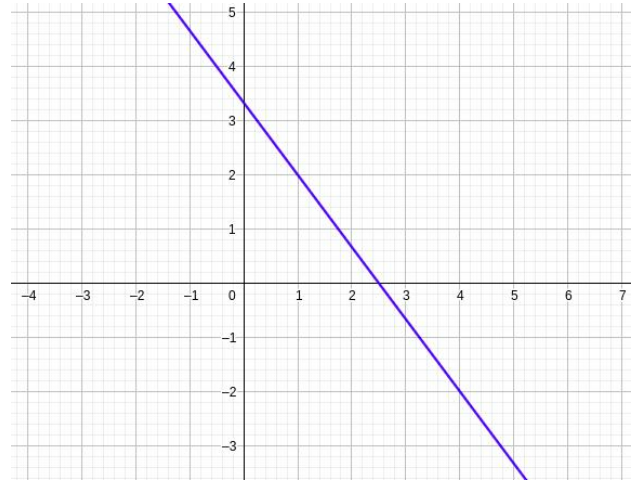
(A)



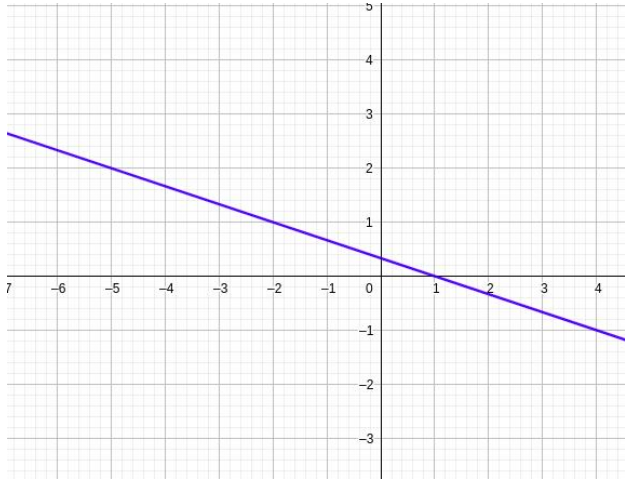
(B)



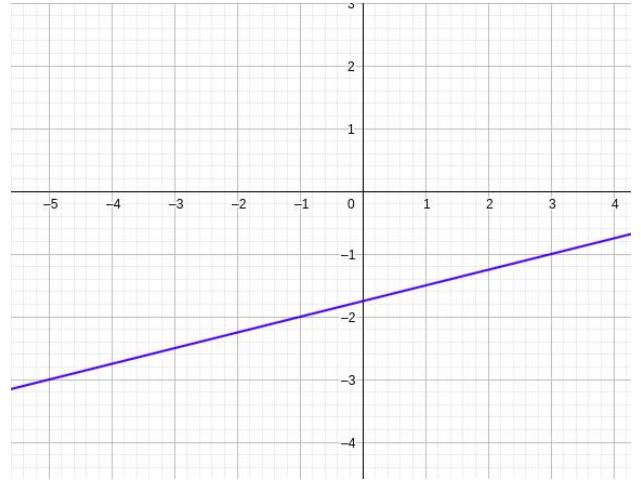
(C)



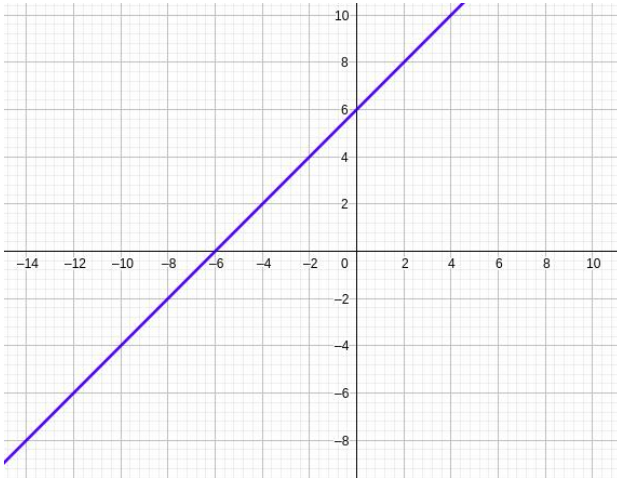
(D)



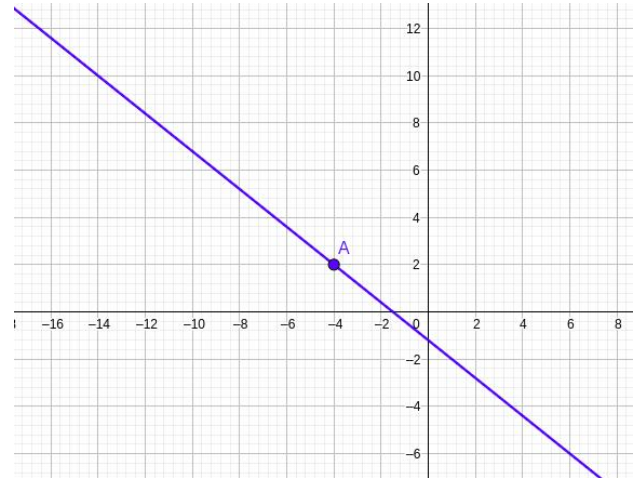
(E)



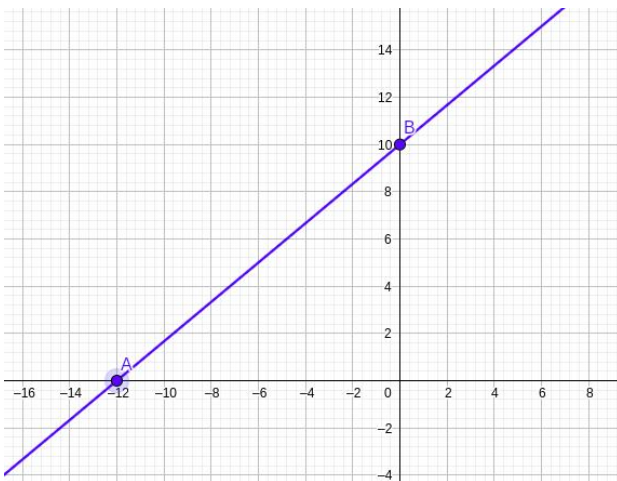
(F)



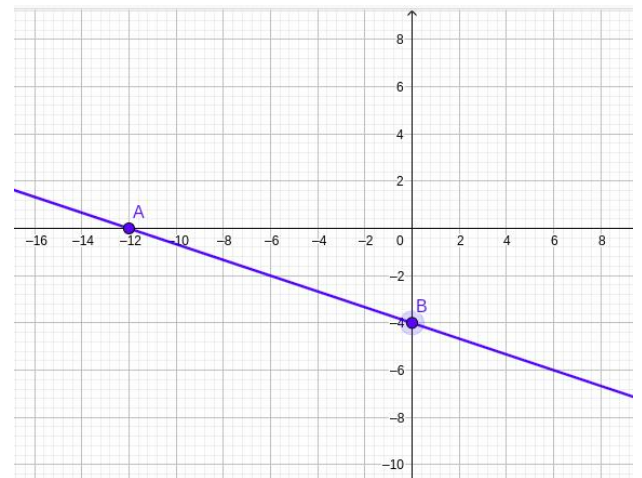
(G)



(H)



(I)



(J)

2. Graficar las rectas que describen las siguientes ecuaciones de acuerdo a la forma en que se presentan. (Sin tabular)

a) $y = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$

b) $y = 3x$

c) $y = \frac{5}{4}x - 3$

d) $y = 0$

e) $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1$

f) $y = x - 5$

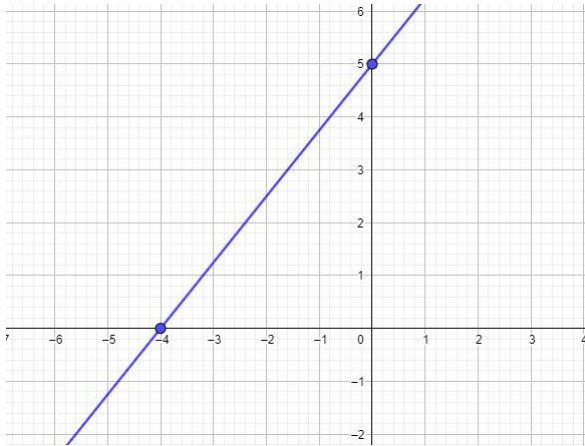
g) $x + \frac{2}{3} = 0$

h) $x = 0$

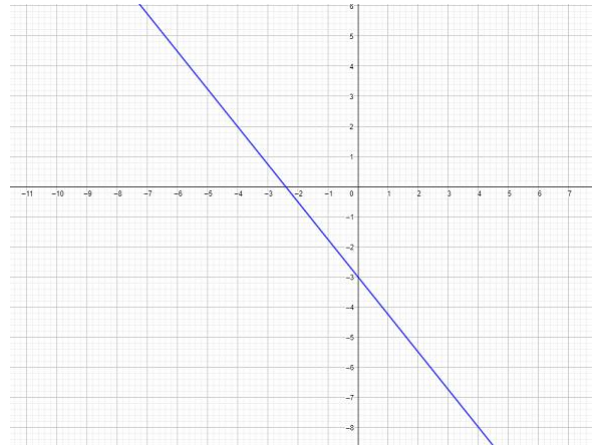
i) $\frac{y}{2} - x = 1$

j) $y = -\frac{1}{3}x + 6$

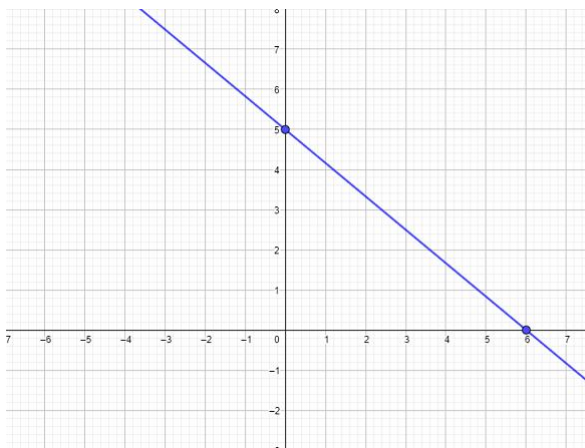
3. Dadas las gráficas que se muestran a continuación, determinar por simple inspección la ecuación de la recta en su forma pendiente-ordenada al origen y/o en su forma simétrica



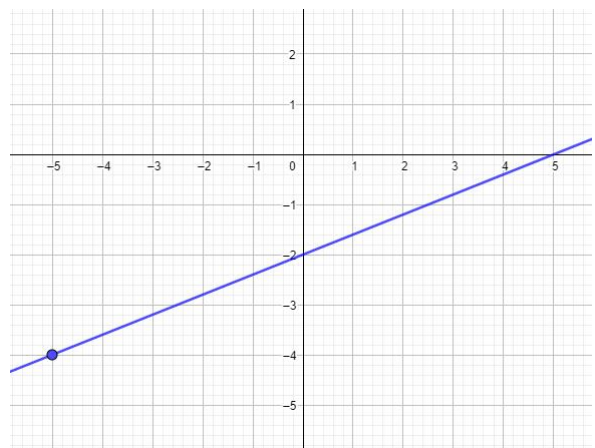
(A)



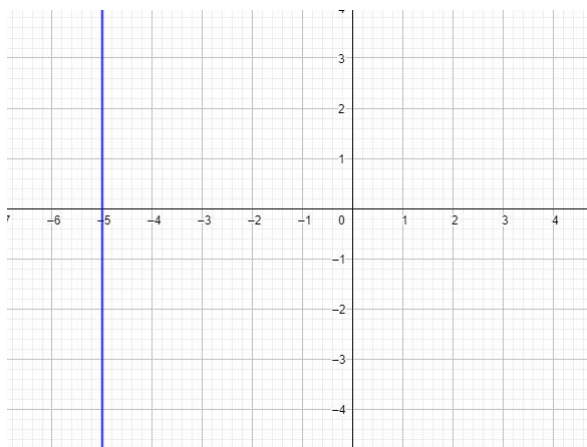
(B)



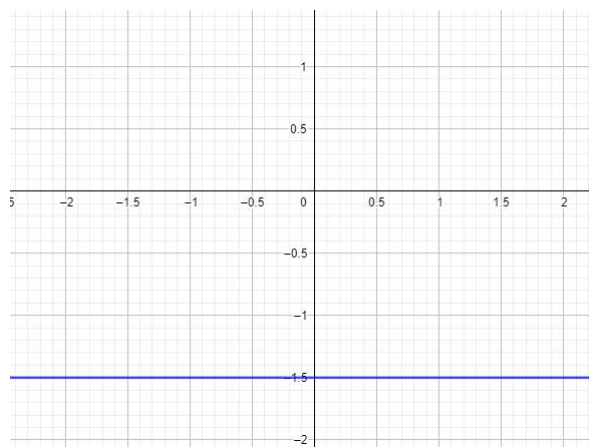
(C)



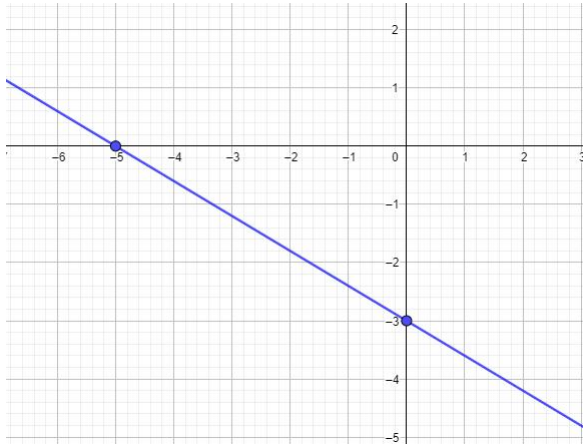
(D)



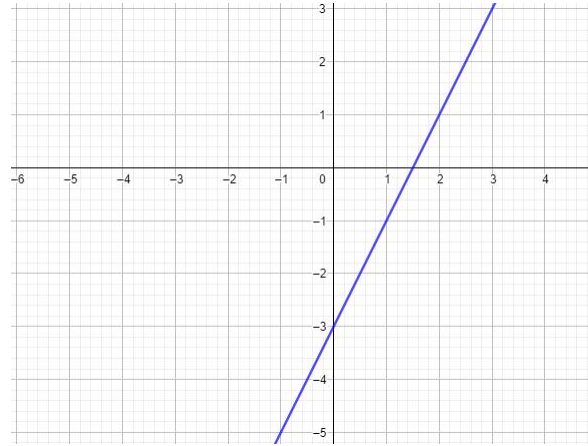
(E)



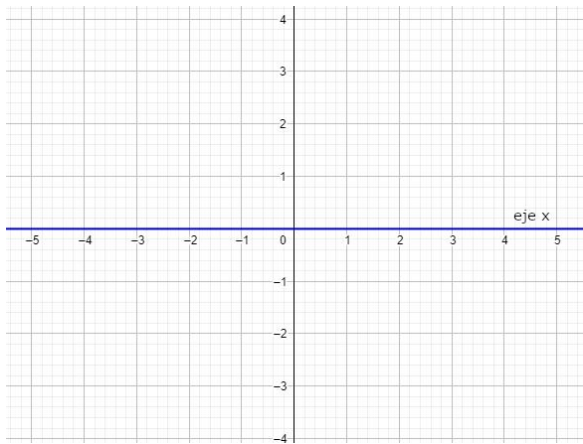
(F)



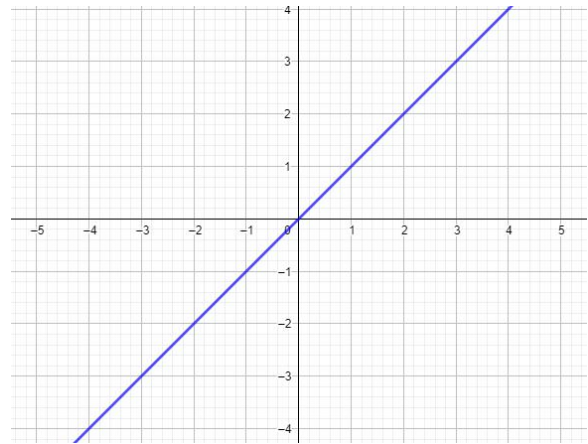
(G)



(H)



(I)



(J)

4. Calcular la distancia del punto a la recta indicado en cada caso:

a) Punto $A(-3, 2)$ a la recta $3x - 2y + 4 = 0$

b) Punto $B(2, -4)$ a la recta $2x + 5y - 3 = 0$

5. Calcular la distancia entre las rectas $3x + 5y - 8 = 0$ y $3x + 5y + 12 = 0$

6. Determinar la ecuación de la recta que pasa por el punto $A(-3, 5)$ y que es perpendicular a la recta

$$3x - 2y + 9 = 0$$

7. Determinar la ecuación de la recta que pasa por el punto $A(2, -5)$ y que es paralela a la recta $4y - 5x = 3$

8. Dos rectas perpendiculares L_1 y L_2 se intersectan en el punto $P(3, 5)$. Si la pendiente de una de ellas es $m_1 = -3$, determinar la ecuación de ambas rectas en forma general

9. Dado el triángulo definido por los vértices $A(4, -1)$, $B(1, 5)$ y $C(-1, 1)$ determinar las ecuaciones de las rectas formadas por

a) Los lados del triángulo

b) Las medianas A, B y C

c) Las alturas A, B y C

d) Las mediatrices de los lados del triángulo

10. Dado el triángulo definido por los vértices $A(-3, 2)$, $B(1, -2)$ y $C(5, 0)$ graficar y determinar lo siguiente:

a) El perímetro

b) El área

c) Los ángulos interiores

d) Las ecuaciones de las alturas

e) Las ecuaciones de las medianas

f) Los puntos de trisección de la mediana A

Circunferencia

Para los siguientes ejercicios en los casos que se pide determinar la ecuación de la circunferencia, haz una gráfica a partir de la descripción de cada caso, realiza un análisis y los procedimientos necesarios para que puedas escribir la ecuación ordinaria, también llamada ecuación canónica o en su forma estándar y después desarróllala y simplifícala para que quede expresada en forma general.

1. Determina la ecuación de la circunferencia cuyo centro es $C(2, -3)$ y su radio es $r=5$.

2. Determina la ecuación de la circunferencia cuyo centro es $C(-1, 4)$ y que pasa por el punto $P(3, 1)$.

3. Determina la ecuación de la circunferencia si los extremos de uno de sus diámetros son los puntos $A(2, 5)$ y $B(8, -1)$.

-
4. Determina la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $P(1,5)$, $Q(4,2)$ y $R(-2,2)$.
5. Determina la ecuación de la circunferencia cuyo centro es $C(1,-3)$ y que es tangente a la recta $4x + 3y - 2 = 0$.
6. Determina la ecuación de la circunferencia cuyo centro es $C(-5,2)$ y que es tangente al eje X.
7. Determina la ecuación de la circunferencia cuyo centro es $C(3,-4)$ y que es tangente al eje Y.
8. Determina la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $P(0,0)$ y $Q(6,2)$, y cuyo centro se encuentra sobre la recta $y=2x-1$.
9. Determina la ecuación de la(s) circunferencia(s) que pasa(n) por los puntos $P(1,1)$ y $Q(5,1)$, y tiene(n) un radio de $r = 5$.
10. Determina la ecuación de la circunferencia que es tangente a la recta $y = x - 1$ en el punto $P(2,1)$, y cuyo centro se encuentra sobre la recta $x=4$.
11. Determina la ecuación de la circunferencia que es tangente a la recta $y = -x + 5$ en el punto $P(3,2)$, y cuyo centro se encuentra sobre la recta $y=1$.

12. Transforma las siguientes ecuaciones de circunferencias a su forma ordinaria, también conocida como forma estándar o ecuación canónica y a partir de esta determina el centro y radio de cada una.

a) $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$

b) $x^2 + y^2 + 6x + 4 = 0$

c) $2x^2 + 2y^2 - 4x + 1 = 0$

13. Obtén la ecuación de la circunferencia que es concéntrica a la circunferencia $x^2 + y^2 + 4x - 8y + 10 = 0$ y que pasa por el punto P(2,0).

14. Obtén la ecuación de la circunferencia que es concéntrica a la circunferencia $16x^2 + 16y^2 - 8x - 32y + 1 = 0$ y que tiene diámetro igual a 4

15. Obtén la ecuación de la circunferencia que es concéntrica a la circunferencia $4x^2 + 4y^2 - 4x - 8y + 1 = 0$ y que es tangente al eje Y

Parábola

Para los siguientes ejercicios, identifica si la parábola es horizontal o vertical y hacia donde abre, determina las coordenadas del vértice y el valor de p (distancia del vértice al foco o del vértice a la directriz). Escribe la ecuación ordinaria (canónica) y desarróllala para encontrar la ecuación general. Finalmente realiza la gráfica correspondiente a partir de representar sus elementos en el plano cartesiano.

1. Datos: Vértice en el origen (0,0) y Foco F(0,3).

2. Datos: Vértice en el origen (0,0) y Directriz $x+5=0$.

3. Datos: Vértice en el origen (0,0) y Lado Recto igual a 12, sabiendo que la parábola se abre hacia la izquierda.

4. Datos: Vértice V(4,-2) y Foco F(6,-2).

5. Datos: Vértice $V(4,-1)$ y Directriz $y+3=0$.

6. Datos: Foco $F(3,-2)$ y Directriz $y-4=0$.

7. Datos: Vértice $V(4,1)$, su eje es vertical y la parábola pasa por el punto $(6,3)$.

8. Datos: Foco $F(2,-4)$, su eje es vertical, y la parábola pasa por el punto $P(6,-2)$.

9. Datos: Directriz $y=1$, su eje es vertical, y la parábola pasa por el punto $P(3,-2)$.

10. Datos: Lado Recto igual a 10, su eje es vertical, su vértice está sobre el eje Y, y la parábola pasa por el punto $P(2,6)$. Pista: Si el vértice está en el eje Y y el eje es vertical, el vértice es $(0,k)$. Considera dos casos para el signo de p (apertura hacia arriba o hacia abajo) y usa el punto para verificar.

11. Datos: Lado Recto igual a 8, su eje es vertical y abre hacia abajo, su vértice está sobre el eje Y, y la parábola pasa por el punto $P(4,2)$.

12. Datos: Lado Recto igual a 12, su eje es horizontal y abre hacia la izquierda, su vértice está sobre el eje X, y la parábola pasa por el punto $P(-1,5)$.

13. Determina la ecuación de la parábola vertical que pasa por los puntos $P(0,5)$ y $Q(1,2)$, y cuya distancia focal (valor absoluto de p) es $1/4$. Asume que la parábola abre hacia arriba.

14. Determina la ecuación de la parábola vertical que pasa por los puntos $P(0,1)$, $Q(1,0)$ y $R(2,1)$. Escribe la ecuación en su forma general.

15. Determina los elementos y la gráfica de las siguientes parábolas

a) $3x^2 - 12x - y + 12 = 0$

b) $3x^2 - 30x - y + 71 = 0$

c) $3y^2 + x + 30y + 81 = 0$

d) $x^2 - 12x - 2y + 48 = 0$

e) $6y^2 - x - 60y + 146 = 0$

Elipse

1. Hallar todos los elementos y la ecuación general de la elipse cuyos focos son los puntos $F(1, 3)$, $F'(1, 0)$ y la longitud del eje menor es 6

2. Determinar la ecuación general de la elipse cuyos focos son los puntos $F(-6, -4)$, $F'(-2, -4)$ y la longitud del eje mayor es 25

3. Dados los focos de una elipse $F(-2, -2)$, $F'(-2, -6)$ y sabiendo que su excentricidad es $e = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$, determinar sus demás elementos, su ecuación y gráfica

4. Determinar la ecuación de la elipse vertical que pasa por los puntos $A(\frac{2}{3}, 4)$ y $B(-3, 0)$, sabiendo que tiene centro en el origen.

5. Determinar todos los elementos y la gráfica de la elipse

a) $16x^2 + 25y^2 + 64x - 100y - 236 = 0$

b) $25x^2 + 16y^2 - 150x - 64y - 111 = 0$

c) $100x^2 + 36y^2 - 200x - 72y - 89 = 0$

d) $25x^2 + 169y^2 - 169y - 1014 = 0$

e) $25x^2 + 16y^2 - 100 = 0$

f) $9x^2 + 25y^2 + 36x + 50y - 164 = 0$

g) $25x^2 + 9y^2 - 100x + 18y - 116 = 0$

h) $100x^2 + 36y^2 - 72y - 189 = 0$

i) $25x^2 + 169y^2 + 10x + 169y + 1 = 0$

j) $36x^2 + 100y^2 - 225 = 0$

Hipérbola

1. Determinar la ecuación y la gráfica de la hipérbola horizontal cuyas asíntotas son las rectas $x - 3y + 2 = 0$ y $x + 3y + 2 = 0$, sabiendo que el eje conjugado es igual a $2\sqrt{3}$.
2. Determinar la ecuación y la gráfica de la hipérbola horizontal cuyas asíntotas son las rectas $4x - 3y + 5 = 0$ y $4x + 3y - 1 = 0$, sabiendo que el eje conjugado es igual a 6.
3. Determinar la ecuación, asíntotas y la gráfica de la hipérbola con vértices $V(-2, 3)$, $V(2, -1)$ y eje focal igual a 6 unidades.
4. Determinar la ecuación, asíntotas y la gráfica de la hipérbola con focos $F(-4, 2)$, $F(2, 2)$ y eje principal igual a 4 unidades.
5. Hallar la ecuación de la hipérbola con focos $F(-3, 0)$, $F(1, 0)$ y lado recto igual a 6 unidades. Realiza la gráfica junto con las asíntotas y todos los elementos correspondientes.
6. Hallar la ecuación de la hipérbola con vértices $V(-3, 1)$, $V(3, 3)$ y lado recto igual a 5 unidades. Realiza la gráfica junto con las asíntotas y todos los elementos correspondientes.
7. Hallar la ecuación de la hipérbola con focos $F(1, 1)$, $F(5, 1)$ y excentricidad igual a 2 unidades. Realiza la gráfica junto con las asíntotas y todos los elementos correspondientes.
8. Obtener todos los elementos y la gráfica de la hipérbola $x^2 - 3y^2 - 2x + 12y - 8 = 0$
9. Obtener todos los elementos y la gráfica de la hipérbola $5x^2 - 4y^2 - 10x + 16y - 31 = 0$
10. Obtener todos los elementos y la gráfica de la hipérbola $4x^2 - 21y^2 + 8x - 42y + 67 = 0$

Ecuación General de segundo grado

Dadas las ecuaciones de las siguientes curvas, determinar su ecuación ordinaria (también llamada canónica) y representa en la gráfica correspondiente todos sus elementos una vez realizados los procedimientos necesarios para obtenerlos.



a) $4x^2 + 4y^2 + 4x - 12y - 15 = 0$

b) $x^2 - 4y^2 - 2x - 12y - 3 = 0$

c) $25y^2 + 150x - 50y + 100 = 0$

d) $25x^2 + 16y^2 - 100x - 8y + 76 = 0$

e) $4x^2 - 32y^2 + 4x + 16y + 1 = 0$

f) $4x^2 + 16x + 12y - 11 = 0$

g) $x^2 + y^2 + 4x = 0$

h) $x^2 - 6x + 2y = 0$

i) $x^2 - 3y^2 - 4x + 7 = 0$

j) $x^2 + 2y^2 - 6x + 7 = 0$