INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARIA ACADÉMICA
DIRECCIÓN DE EDUCACION MEDIA SUPERIOR
CENTRO DE ESTUDIOS CIENTÍFICOS Y TECNOLÓGICOS No. 13
“RICARDO FLORES MAGÓN”

G U Í A

de estudio para presentar ETS de la UNIDAD DE APRENDIZAJE

CÁLCULO DIFERENCIAL

Semestre 2023-2

Integrantes de la academia:	María del Carmen Sevilla Alatorre, Christopher César Pérez Ramírez, ,Enrique Crisóstomo Bravo, Juan Gabriel Salgado Callejas.	**Fecha de Actualización:**	**09/05/2023**

GUÍA DE ESTUDIO

Área:	Nombre de la Unidad de Aprendizaje:	Nivel/semestre:
Básica	**Cálculo Diferencial**	**Cuarto**

Instrucciones generales de la guía:

Revisa toda la información proporcionada, no te limites únicamente a los ejercicios propuestos, revisa los temas que deberás cubrir y el material sugerido en las actividades de estudio. Se proporcionan enlaces a diversos contenidos y al formulario avalado por la Academia de Cálculo Diferencial. Los ejercicios incrementan su dificultad jerárquicamente para que avances gradualmente.

Presentación:

La guía tiene como fin proporcionar algunos recursos y ejemplos del tipo de problemas y profundidad a considerar en cada tema incluido en el examen, por lo que la preparación no debe limitarse sólo a resolver exactamente los ejercicios que aquí se presentan. Se recomienda estudiar con los apuntes de clase, materiales complementarios aquí sugeridos, bibliografía recomendada y finalmente intentar resolver los ejercicios aquí propuestos verificando que se obtienen los resultados indicados.
El objetivo no debe plantearse simplemente como aprobar el examen, sino como aprender los temas señalados y en consecuencia viene la aprobación y mejores resultados.

Objetivos

Reforzar el aprendizaje adquirido a lo largo del semestre en la unidad de aprendizaje de Cálculo Diferencial al atender las recomendaciones aquí sugeridas y resolver los ejercicios y problemas planteados para verificar con su autoevaluación si se cuenta con las condiciones suficientes para presentar exitosamente el examen ETS o si se requiere más preparación.

Justificación

El proceso metodológico desarrollado es importante para obtener la derivada de funciones algebraicas y trascendentes, define metas y da argumentos a su proceso de construcción del conocimiento. Además, este proceso, lo aplica para resolver problemas de optimización de las funciones anteriores. Ordena información de acuerdo a categorías jerarquías y relaciones, propone maneras de solucionar problemas definiendo un curso de acción de pasos específicos, articula saberes de diversos campos y establece relaciones entre ellos y su vida cotidiana. Este proceso sistemático, es descrito en forma clara y concisa para resolver problemas que involucren la aplicación de la diferencial. El alumno propone maneras de solucionar problemas definiendo un curso de acción de pasos específicos.

Debido a los porcentajes de alumnos que reprueban la unidad de aprendizaje de Cálculo Diferencial se realiza la presente, a fin de apoyar en la preparación de los alumnos para presentar su examen a ETS. Por otro lado, este material puede ser empleado por estudiantes que requieran fortalecer sus conocimientos en diversos temas para enfrentar de mejor manera los nuevos retos al cursar el siguiente nivel en un curso de cálculo integral.

Estructura y contenidos

Temas considerados que se deben conocer para resolver esta guía de estudios

SECCIÓN I.

Desigualdades lineales, cuadráticas y de valor absoluto, funciones, dominio, contradominio y rango, operaciones con funciones (composición, suma, resta, multiplicación y división), límites algebraicos, infinitos y al infinito.

SECCIÓN II.

Definición de derivada (derivada por método de los 4 pasos), Derivadas por fórmula: algebraicas, trascendentes: logarítmicas, exponenciales y trigonométricas, regla de la cadena, derivadas implícitas y derivadas sucesivas o de orden superior.

SECCIÓN III.

Aplicaciones geométricas: Recta tangente y recta normal a una curva, Máximos, mínimos (criterio de la 1a derivada, criterio de la 2da derivada), intervalos de crecimiento y decrecimiento, puntos de inflexión, intervalos de concavidades, aplicaciones de optimización (geométricos, físicos, ingresos, costos, utilidades).

SECCIÓN IV.

Ejercicios adicionales para reafirmar el conocimiento. (Todos los temas incluidos nuevamente.- Un nuevo conjunto de ejercicios de estudio para reafirmar o para preparar un siguiente examen).

Evaluación

La guía resuelta NO TIENE VALOR sobre la calificación del Examen, solo es un material didáctico que tiene como objetivo orientar al alumno en su preparación por lo que NO TIENE QUE SER ENTREGADA.

Materiales para la elaboración de la guía

- La guía está basada 100% en el programa oficial de cálculo diferencial, algunos ejercicios son extraídos de las fuentes bibliográficas recomendadas y otros más son diseñados por miembros de la academia y se encuentran en nuestros bancos de reactivos y ejercicios que cotidianamente vemos en clase.
- Se recomienda consultar la bibliografía básica y actividades de estudio sugeridas en este documento.
- En el siguiente enlace se encuentra el formulario autorizado por la academia del turno Matutino que podrá consultarse durante el desarrollo del examen.

https://drive.google.com/open?id=1LPiQDXqF1wgPZEPDkbrB_ZkWi_W5Xexp&authuser=0

Para estudiar considera lo siguiente:

Ambiente adecuado

Horario fijo

Re-escribe el enunciado para que te vayas familiarizando con el formato del examen

Resuelve la guía con lápiz

Actividades de estudio

Puedes optar por estudiar con tus apuntes y material proporcionado en tu curso ordinario, prepararte por tu cuenta de acuerdo a las fortalezas y debilidades que identifiques en tus saberes, combinar todo esto de acuerdo a tus necesidades o bien solo seguir el material de estudio y actividades sugeridas a continuación para que cuando termines una sección intentes resolver los ejercicios propuestos para cada una, autoevaluándote con las respuestas proporcionadas.

Actividades recomendadas

Consulta la teoría correspondiente en la bibliografía recomendada o en tus apuntes y complementa estudiando los siguientes videos. No solo los veas, anota el ejercicio y después intenta resolverlo nuevamente.

SECCIÓN I

Desigualdades lineales.

https://www.youtube.com/watch?v=jSZWvCh2PqI

https://www.youtube.com/watch?v=1CmeGrYDgLU

Desigualdades cuadráticas

https://www.youtube.com/watch?v=wzV2ZkKhB7A

https://www.youtube.com/watch?v=8_Bl1GhwKoc

https://www.youtube.com/watch?v=JYGbNs70ZOE

Desigualdades con Valor absoluto

https://www.youtube.com/watch?v=Ogxr5wwVMAw

https://www.youtube.com/watch?v=kqRQvcoh9aI

https://www.youtube.com/watch?v=iD8YpnONpMU

https://www.youtube.com/watch?v=QqGNPVq5h7I

Funciones

https://www.youtube.com/watch?v=xvn_yy3vcs8

https://www.youtube.com/watch?v=N5HX4spFVaA

Tipos de funciones

https://www.youtube.com/watch?v=FRgHskQeXSM

https://www.youtube.com/watch?v=OK0fY9Ei0QE

Gráficas de funciones

https://www.youtube.com/watch?v=qZ_APnunb9Q

https://www.youtube.com/watch?v=nbYKw_5pRnU

https://www.youtube.com/watch?v=Qq3mSlKmXdM

https://www.youtube.com/watch?v=Dkdxks2ifBs

https://www.youtube.com/watch?v=eAUEjE64l9E

https://www.youtube.com/watch?v=wygxeZ8rxFE

https://www.youtube.com/watch?v=nE5IkJgfduU

https://www.youtube.com/watch?v=u2oJ3E2MiYg

Operaciones con funciones

https://www.youtube.com/watch?v=78QxHDCibIE

https://www.youtube.com/watch?v=uMtv6a52n18

https://www.youtube.com/watch?v=lX883rMyW7k

https://ww.youtube.com/watch?v=7OvGW1fTtrA

Concepto de límite

https://www.youtube.com/watch?v=Uf9QXgiqfdo

https://www.youtube.com/watch?v=TJSf4n71WZk

https://www.youtube.com/watch?v=TJSf4n71WZk

https://www.youtube.com/watch?v=7aptqyM4vD4

Solución de límites

https://www.youtube.com/watch?v=4fyHnnmZxvk

https://www.youtube.com/watch?v=lv7sONoclwM

https://www.youtube.com/watch?v=1f2fvhCK9Ro

https://www.youtube.com/watch?v=EdbwBJ5GPKA

https://www.youtube.com/watch?v=yly9AB_2CxQ

https://www.youtube.com/watch?v=wm58QnsybWw

https://www.youtube.com/watch?v=BkQj7ziQmf8

https://www.youtube.com/watch?v=eZeF0ToL_OA

https://www.youtube.com/watch?v=bLB94gzqQ4E

https://www.youtube.com/watch?v=gdjWlGE9kc0

https://www.youtube.com/watch?v=YC77DuZxPeg

https://www.youtube.com/watch?v=PTf33GJIbWw

https://www.youtube.com/watch?v=jtv1U7ycPeM

https://www.youtube.com/watch?v=YwL_4OJQapU

SECCIÓN II

Consultar ejercicios de derivada por definición o por método de los 4 pasos como el siguiente

https://www.youtube.com/watch?v=XpcGu2mnSVg

Derivadas por fórmula

Descarga también el archivo en el siguiente enlace y estudia las fórmulas de derivadas aquí descritas

https://drive.google.com/open?id=1LSlVxrHk-jKLtFQD6jUdwTPzUa2ftsmm&authuser=0

Es recomendable, sabérselas de esta forma para tener más claro su significado.

Revisar los 10 ejercicios de la lista de videos de YouTube "Derivadas en detalle" compartida a continuación

https://www.youtube.com/playlist?list=PLnOPeFSU2KzTzox6TeB56N0nmrTofUfFs

Complementa con otros ejercicios que puedas consultar por tu cuenta.

Cuando ya tengas dominio de la aplicación de las fórmulas de derivación con suficiente soltura, procede a revisar y estudiar los temas que se explican en la serie de videos que se comparten en la siguientelista de reproducción.

https://www.youtube.com/watch?v=keiIX_1f8Mg&list=PLnOPeFSU2KzTnHDypcBp7rBM2-S2qWFj5

SECCIÓN III

Aplicaciones geométricas de la derivada

Revisar los videos que se comparten a continuación.

Los dos primeros dan una explicación teórica de la interpretación geométrica de la derivada y rectas tangentes y normales a una curva.

Derivadas de una función: definición, significado e interpretación geométrica

https://youtu.be/57IlIc7P8e8

https://youtu.be/n0fzH_STt7E

Ejercicios resueltos con explicaciones:

https://youtu.be/y0L4EihahYY

https://youtu.be/KnwWnf0ukzg

https://youtu.be/uku8Mg0als0

https://youtu.be/5mwxTMhi88Q

https://youtu.be/OGxIRLjhcqo

https://youtu.be/YC9moGwsGcM

https://youtu.be/zaREJCoBR5M

https://youtu.be/p-0CSS4GTw0

Máximos y mínimos de una función

Máximos y mínimos globales

https://youtu.be/5kleS-M4OnU

Máximos y mínimos locales

https://youtu.be/VAaBLGRsQ-c

Criterio de la primera derivada

https://youtu.be/EsCisbiu9fk https://youtu.be/9RJXkZvX6vI

Criterio de la segunda derivada

https://youtu.be/UmoVTHm91To

https://youtu.be/BJry33D_hyE

https://youtu.be/1Cbug9cbXx4

https://youtu.be/SZGeEBJXmM0

Concavidades y puntos de inflexión

Revisar ampliamente los temas de concavidades y puntos de inflexión a partir de los siguientes enlaces

https://es.khanacademy.org/math/ap-calculus-ab/ab-diff-analytical-applications-new/ab-5-6b/v/analyzing-concavity-algebraically

https://es.khanacademy.org/math/ap-calculus-ab/ab-diff-analytical-applications-new/ab-5-8/v/calculus-graphing-using-derivatives

Una vez revisado este material en video, continua resolviendo los ejercicios propuestos y verifica que los resultados correctos se pueden expresar como se indica en cada respuesta.

Información Adicional

- Es responsabilidad del alumno interesado, informarse sobre los procedimientos técnicos y administrativos que sean necesarios para su inscripción al examen, presentación y aplicación de normas y lineamientos que le correspondan.

- El examen E.T.S. se presentará en línea. Se debe tener a la mano hojas blancas para desarrollar los procedimientos necesarios, lápiz, goma y seguir las indicaciones de los sinodales que se encontrarán conectados en forma remota supervisando la aplicación correcta de la evaluación. Para ello se debe contar con conexión a internet estable, cámara y micrófono habilitados en un espacio reservado, permitiendo a los sinodales observar y escuchar el desarrollo de la aplicación sin más personas que intervengan, previendo interrupciones durante el horario asignado y atendiendo las indicaciones que se proporcionarán oportunamente. Se recomienda encender y verificar el correcto funcionamiento del equipo a emplear con al menos 10 minutos de anticipación.

Para cualquier duda sobre la calificación, es un derecho la revisión del examen. Para ejercerlo acude con el Jefe del Área Básica o a la Subdirección Académica donde se te informará el procedimiento a seguir.

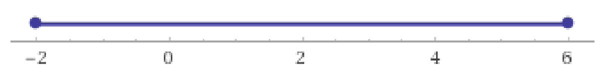
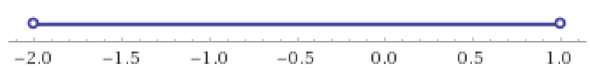
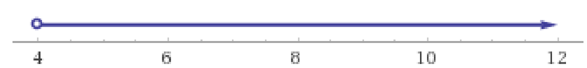
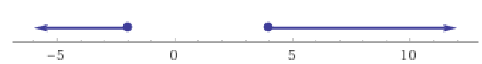
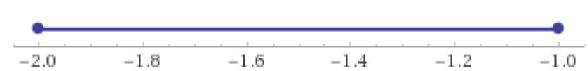
Bibliografía Básica

- Título: Cálculo Diferencial e Integral. Autor: Granville W. A. 2004 Editorial: Limusa Noriega Editores.
- Título: Cálculo Diferencial. Autor: Cuellar, J.A. Editorial: Mcgraw-Hill, México.
- Título: Cálculo Diferencial. Autor: Jane Collins. Editorial: Aprendizaje Alec.
- Título: Cálculo Diferencial e Integral. Autor: Pruercell Varberg. Editorial: Pearson Educación. Sexta Edición.
- Título: Cálculo Diferencial. Autor: Samuel Fuenlabrada. Editorial: Mc Granw Hill. Tercera Edición.
- Título: Cálculo Diferencial. Autor: Arturo Aguilar Márquez. Editorial: Colegio Nacional de Matemáticas.
- Título: Cálculo Diferencial e Integral. Autor: Bosch Guerra y Hernández Oteiza. Editorial: Patria Cultural.
- Título: Cálculo Diferencial e Integral. Autor: Prentice Hall y Conamat. Editorial: Pearson.
- Título. Cálculo Diferencial e Integral. Autor: Krantz. Editorial: McGraw Hill Serie Schaum.
- Título: Cálculo Diferencial e Integral. Autor: Emiliano Mora Valladares y María del Río Francos. Editorial: Santillana.
- Título: Cálculo Diferencial para ciencias básicas. Autor: René Benitez. Editorial: Trillas

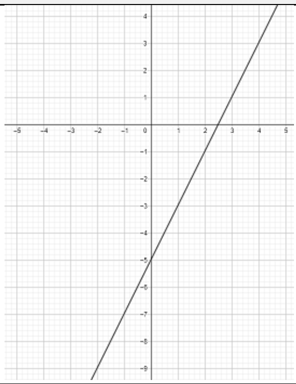
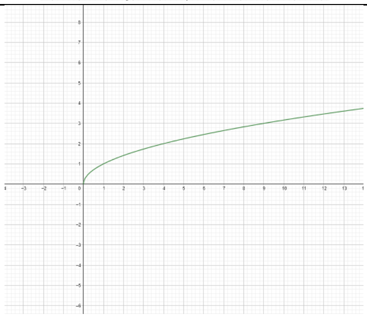
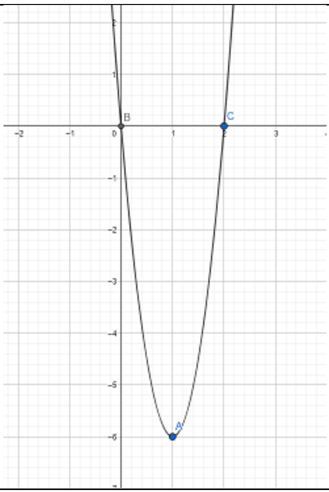
EJERCICIOS PROPUESTOS

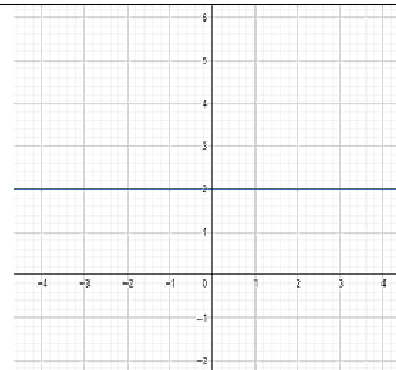
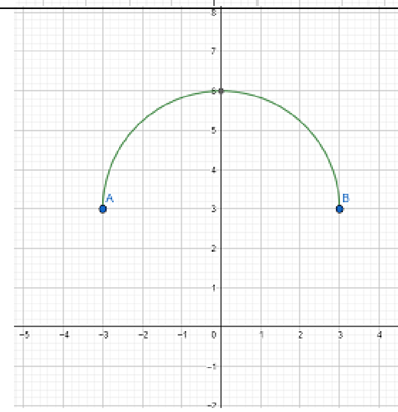
SECCIÓN I

1. **Encuentra el intervalo de los valores de x que satisfacen las siguientes desigualdades y representa la solución en una gráfica sobre la recta numérica.**

		Respuesta	
	Ejercicio	*Solución*	*Gráfica del intervalo solución*
a.	$1 \leq \frac{2-3x}{5} < \frac{9}{5}$	x ∈ $(-\frac{7}{3}$, -1]	
b.	$\frac{5}{3}x - 1 \geq x + \frac{1}{2}$	x ∈ $[\frac{9}{4}, \infty)$	
c.	$\lvert\frac{6-3x}{4}\rvert \leq 3$	x ∈ [-2, 6]	
d.	$x^2 + x < 2$	x ∈ (-2, 1)	
e.	$\lvert x+7\rvert < 2x + 3$	x ∈ (4, ∞)	
f.	$\lvert 1-x\rvert \geq 3$	$x \in (-\infty, -2]$ U $[4, \infty)$	
g.	$x^2 \leq -3x - 2$	x ∈ [-2,-1]	

2. Determinar el Dominio, contradominio (o codominio) y rango de las siguientes funciones. Verifica tus resultados obteniendo la gráfica de la función.

	Función (Ejercicio)	*Respuesta* *Dominio D*	*Contradominio o Codominio Cod*	*Rango R*	*Gráfica*
a.	y = 2x - 5	$D = \mathbb{R}$ Otra forma de expresarlo: *D* = $(-\infty, \infty)$	$Cod = \mathbb{R}$ Otra forma de expresarlo: *Cod* = $(-\infty, \infty)$	$R = \mathbb{R}$ Otra forma de expresarlo: *R* = $(-\infty, \infty)$	
b.	$y = \sqrt{x}$	*D* = $(0, \infty)$ Otra forma de expresarlo: $D = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < \infty\}$	$Cod = \mathbb{R}$ Otra forma de expresarlo: $Cod = \{y \in \mathbb{R} \mid -\infty < y < \infty\}$	$R = (0, \infty)$ Otra forma de expresarlo: $R = \{y \in \mathbb{R} \mid 0 < y < \infty\}$	
c.	$y = 6x^2 - 12x$	$D = \mathbb{R}$	$Cod = \mathbb{R}$	$R = (-6, \infty)$	

d.	$y = 2$	$D = \mathbb{R}$	$Cod = \mathbb{R}$	$R = \{ 2 \}$ Otra forma de expresarlo: $R = \{ y \in \mathbb{R} \mid y = 2 \}$	
d.	$y = \sqrt{9 - x^2} + 3$	D = (-3, 3)	$Cod = \mathbb{R}$	R = (3, 6)	

3. Considere las siguientes funciones y efectúa las operaciones indicadas.

$$(x) = 3x + 2$$
$$(x) = \sqrt{x - 1}$$
$$h(x) = x^2$$

	Ejercicio	Respuesta
a.	$(g - f + h)(x) =$	$(g - f + h)(x) = x^2 - 3x - 2 + \sqrt{x - 1}$
b.	$\left(h/f\right)(x) =$	$\left(\frac{h}{f}\right)(x) = \frac{x^2}{3x + 2}$
c.	$(f \cdot h)(x) =$	$(f \cdot h)(x) = 3x^3 + 2x^2$
d.	$(g \circ h)(x) =$	$g(h(x)) = \sqrt{x^2 - 1}$
e.	$(h \circ g)(x) =$	$h(g(x)) = x - 1$

4. Resolver los límites algebraicos indicados a continuación.

	Ejercicio	Solución		Ejercicio	Solución
a.	$\lim_{x\to\sqrt{7}} \frac{x-\sqrt{7}}{x^2-7} =$	$\frac{\sqrt{7}}{2}$	f.	$\lim_{x\to -3} \frac{4x^2+9x-9}{x^3+27} =$	$-\frac{5}{9}$
b.	$\lim_{x\to 4} \frac{(x-4)^2}{x^2-16} =$	0	g.	$\lim_{x\to -3} \frac{x^2+4x+3}{x+3} =$	-2
c.	$\lim_{x\to 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} =$	2	h.	$\lim_{x\to 2} \frac{x^3-8}{x^4-16} =$	$\frac{3}{8}$
d.	$\lim_{x\to 0} \frac{\frac{1}{x+3}-\frac{1}{3}}{x} =$	$-\frac{1}{9}$	i.	$\lim_{x\to 2} \frac{2x^2-3x-2}{(x-2)(x^2+11)} =$	$\frac{1}{3}$
e.	$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} =$	$\frac{1}{2}$	j.	$\lim_{x\to 1} \frac{\frac{1}{\sqrt{x}}-1}{x-1} =$	$-\frac{1}{2}$

5. Resolver los límites al infinito indicados a continuación.

	Ejercicio	Solución
a.	$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+5x^3}{7x^2-3x} =$	∞
b.	$\lim_{x\to\infty} \frac{x^5-2x^3+8x^2-1}{x^4-3x^5+3x^6} =$	0
c.	$\lim_{x\to\infty} \frac{5x^2-3x}{2+x+10x^2} =$	$\frac{1}{2}$
d.	$\lim_{x\to\infty} \frac{2x+7}{3x+8} =$	$\frac{2}{3}$
e.	$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+3x+2}{\sqrt{5x^3+7x^4}} =$	$\frac{1}{\sqrt{7}}$
f.	$\lim_{x\to -\infty} \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$	-2

SECCIÓN II

6. Derivar cada una de las siguientes funciones por la definición de derivada o método de los 4 pasos.

	Ejercicio	Respuesta
a.	$f(x) = x$	$f'(x) = 1$
b.	$f(x) = x^2 + 1$	$f'(x) = 2x$
c.	$f(x) = x^3 - 1$	$f'(x) = 3x^2$
d.	$f(x) = \frac{1}{x-1}$	$f'(x) = -\frac{1}{(x-1)^2}$
e.	$f(x) = \lvert x\rvert$	$f'(x) = \frac{x}{\lvert x\rvert}$

7. Resolver las siguientes derivadas algebraicas. Ten presente la regla de la cadena donde sea necesario.

	Ejercicio	Respuesta
a.	$y = \frac{x^3}{6}$	$y' = \frac{1}{2}x^2$
b.	$y = \frac{1}{x^2}$	$y' = -\frac{2}{x^3}$
c.	$y = \frac{3x^3 - 5x^2 + 7x - 1}{x^2}$	$y' = \frac{2}{x^3} - \frac{7}{x^2} + 3$
d.	$y = \sqrt[3]{x^2} + 16\sqrt[4]{x} - 2x + 4$	$y' = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}} - \frac{4}{\sqrt[4]{x^3}} - 2$
e.	$y = (3x + 2)(x^2 - 5x + 6)$	$y' = 9x^2 - 38x - 2$
f.	$y = \frac{x - 3}{x^2 - 5}$	$y' = \frac{-x^2 + 6x - 5}{(x^2 - 5)^2}$
g.	$y = \frac{x^2}{2x^2 - 7}$	$y' = \frac{14x}{(2x^2 - 7)^2}$
h.	$y = (5x + 4)^3$	$y' = 15(5x + 4)^2$

i.	$y = \sqrt{(2x^2+5)^3}$	$y' = 6x\sqrt{(2x^2+5)}$
j.	$y = 5(2x+1)^2$	$y' = 40x + 20$
k.	$y = \dfrac{x-1}{\sqrt{x}}$	$y' = \dfrac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} + \dfrac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}}$

8. Resolver las siguientes derivadas que involucran diversas funciones trascendentes y la regla de la cadena.

	Ejercicio	Respuesta
a.	$y = sen\, x + \cos x$	$y' = \cos x - sen\, x$
b.	$y = x^2 sen\, x$	$y' = x^2 \cos x + 2x\, sen\, x$
c.	$y = e^{\left(\frac{x}{x+1}\right)}$	$y' = \dfrac{e^{\frac{x}{x+1}}}{(x+1)^2}$
d.	$y = e^{6x^2} + \ln x^5$	$y' = 12x\, e^{6x^2} + \dfrac{5}{x}$
e.	$y = x^2 e^{3x}$	$y' = x\, e^{3x}(3x+2)$
f.	$y = x^2 \ln x$	$y' = x(1 + \ln x^2)$
g.	$y = 3^{\sqrt{x+1}}$	$y' = \dfrac{3^{\sqrt{x+1}} \ln 3}{2\sqrt{x+1}}$
h.	$y = \log(3x^2+1)$	$y' = \dfrac{6x \log e}{3x^2+1}$
i.	$y = \sqrt[3]{\log(x+1)}$	$y' = \dfrac{\log e}{3(x+1)\sqrt[3]{\log^2(x+1)}}$
j.	$y = sen^2 x\; cos\; 3x$	$y' = -3\; sen^2 x\; sen\; 3x + 2\; cos\; 3x \cos x\; sen\; x$
	$y = \tan(\sec\frac{x}{2})$	$y' = \frac{1}{2}\sec^2(sec\ \frac{x}{2}) \sec\ \frac{x}{2} \tan\ \frac{x}{2}$

9. Derivar implícitamente las siguientes funciones.

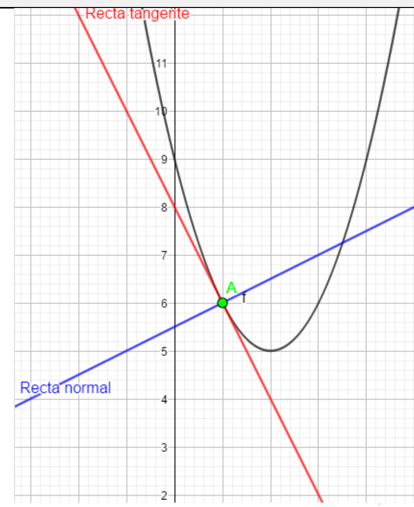
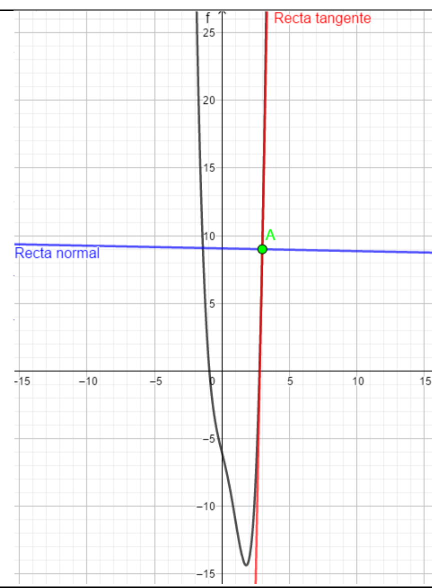
	Ejercicio	Respuesta
a.	$x^2 - y^2 = 9$	$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}$
b.	$x^2 + xy + 2y^2 = 1$	$\frac{dy}{dx} = -\frac{2x + y}{x + 4y}$
c.	$x = \ln y^3$	$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{3}$
d.	$e^y = x\,y$	$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{e^y - x}$
e.	$5x^3 + 2y^5 = \ln(xy)$	$\frac{dy}{dx} = \frac{y(1 - 15x^3)}{x(10y^5 - 1)}$
f.	$y = x^x$	$\frac{dy}{dx} = x^x\,(\ln x + 1)$
g.	$x\cos y = x^2 - y$	$\frac{dy}{dx} = \frac{2x - \cos y}{1 - x\,sen\,y}$
h.	$y = sen\,(3x^2 - 1)^{\sqrt{7x-2}}$	$\frac{dy}{dx} = 6xy\,\sqrt{7x-2}\,cot\,(3x^2 - 1) + \frac{7\ln y^y}{14x - 4}$
i.	$x = \sqrt[3]{y^3 - x}$	$\frac{dy}{dx} = \frac{y\,\sqrt[3]{(y^3 - 1)^2}}{y^2 - x\,\sqrt[3]{(y^3 - 1)^2}}$
j.	$y = (1 + x)^{\frac{1}{y}}$	$y' = \frac{y}{(1 + x)[y + \ln(1 + x)]}$
k.	$y = (\cos\frac{1}{x})^x$	$y' = y\,[\frac{1}{x}\tan\frac{1}{x} + ln\,(\cos\frac{1}{x})]$
l.	$y = x^{sen\,x}$	$y' = y\,(\frac{sen\,x}{x} + \ln x\cos x)$

10. Determinar las siguientes derivadas sucesivas o de orden superior.

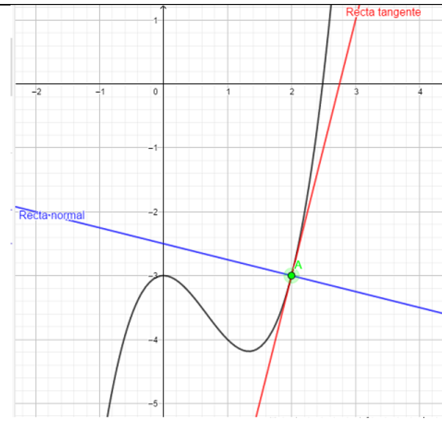
	Ejercicio	Orden	Respuesta
a.	$y = x^4 - 3x^2 + 5x - 2$	Cuarta derivada	$y^{iv} = 24$
b.	$y = 5x^2 - \frac{3}{x^2} + \sqrt{x^3} + \frac{4}{\sqrt{x^3}} + 5$	Segunda derivada	$y^{ii} = 10 - \frac{18}{x^4} + \frac{3}{4\sqrt{x}} + \frac{15}{\sqrt{x^7}}$
c.	$y = \sqrt{x}$	Segunda derivada	$y^{ii} = -\frac{1}{4\sqrt{x^3}}$
d.	$y = \sqrt{a + bx}$	Tercera derivada	$y^{ii} = -\frac{3b^3}{8\sqrt{(a+bx)^5}}$
e.	$y = \frac{1}{x}$	Quinta derivada	$y^{v} = -\frac{120}{x^6}$
f.	$y = e^{8x}$	Quinta derivada	$y^{v} = 32768\, e^{8x}$
g.	$y = x^4 + 6x^2 - 9x + 12$	Quinta derivada	$y^{v} = 0$
h.	$y = sen\, 6x$	Cuarta derivada	$y^{iv} = 1296\, sen\, 6x$
i.	$y = \ln sen^3 x$	Tercera derivada	$y''' = 6\, csc^2 x \cot x$
j.	$f(x) = e^{2x\, cos^2 x}\, e^{2x\, sen^2 x}$	Tercera derivada	$f'''(x) = 8e^{2x}$

SECCIÓN III

11. Determine y grafique la ecuación de la recta tangente y la ecuación de la recta normal a cada una de las curvas indicadas en los puntos señalados.

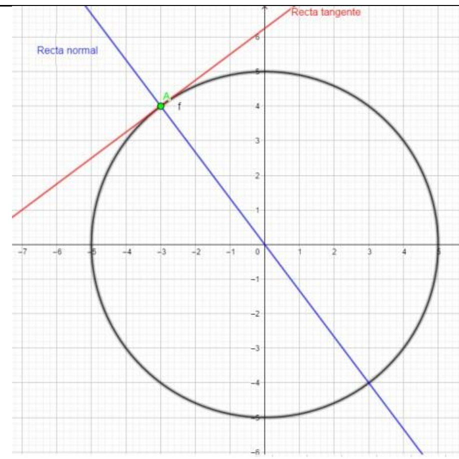
Función	Punto	Gráfica
a. $y = x^2 - 4x + 9$ Ecuaciones que se obtienen Recta Tangente: $x + \frac{1}{2}y - 4 = 0$ Recta Normal: $\frac{1}{2}x - y + \frac{11}{2} = 0$	en A(1, 6)	
b. $y = x^4 - 2x^3 - 4x - 6$ Ecuaciones que se obtienen Recta Tangente: $50x - y - 141 = 0$ Recta Normal: $x + 50y - 453 = 0$	en A(3, 9)	

c. $y = x^3 - 2x^2 - 3$ en A(2,-3)



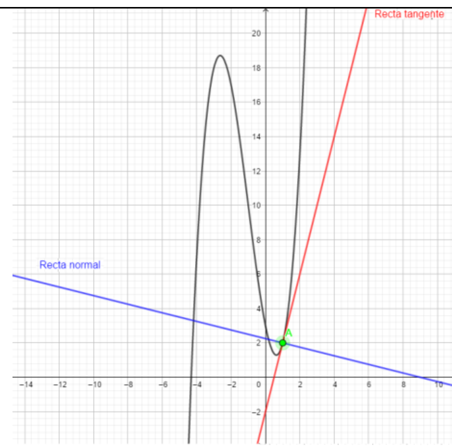
Ecuaciones que se obtienen
Recta Tangente:
$$4x - y - 11 = 0$$
Recta Normal:
$$x + 4y + 10 = 0$$

d. $x^2 + y^2 = 25$ en A(-3, 4)



Ecuaciones que se obtienen
Recta Tangente:
$$3x - 4y + 25 = 0$$
Recta Normal:
$$4x + 3y = 0$$

e. $y = x^3 + 3x^2 - 5x + 3$ en A(1, 2)



Ecuaciones que se obtienen
Recta Tangente:
$$4x - y - 2 = 0$$
Recta Normal:
$$x + 4y - 9 = 0$$

11 bis. Dada la elipse $x^2 + 6xy + 25y^2 = 16$, obtener los puntos de tangencia de las rectas paralelas a la recta $x + 3y = 4$

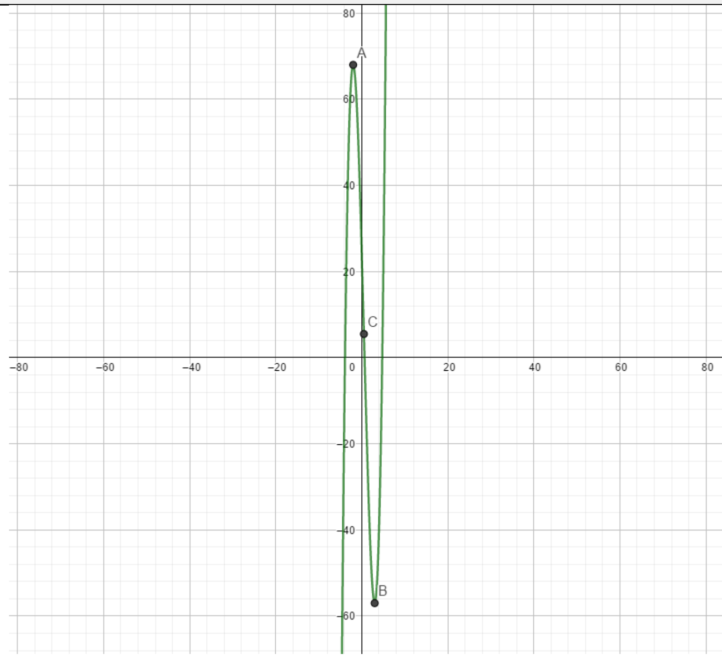
Solución: (4,0) y (-4,0)

12. Para las siguientes funciones determinar sus máximos y mínimos, intervalos de crecimiento y decrecimiento, puntos de inflexión, concavidades; y con estos bosquejar la gráfica sin realizar tabulaciones.

Función a analizar	Gráfica

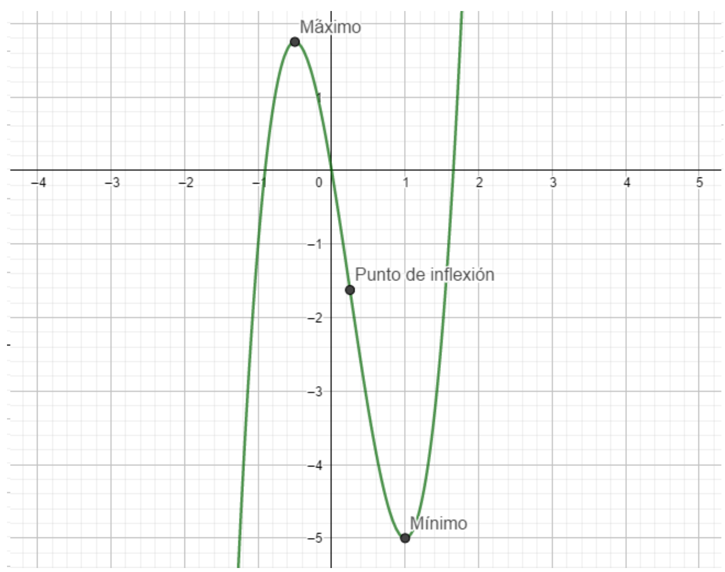
a. $y = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 24$

Resultados que se obtienen:
Máximo: (-2, 68)
Mínimo: (3, -57)
Punto de inflexión: (1/2, 11/2)
Intervalo de crecimiento:
$(-\infty, -2)$ U $(3, \infty)$
Intervalo de decrecimiento: (-2, 3)
Intervalo de concavidad hacia arriba:
(1/2, ∞)
Intervalo de concavidad hacia abajo:
(-∞, 1/2)

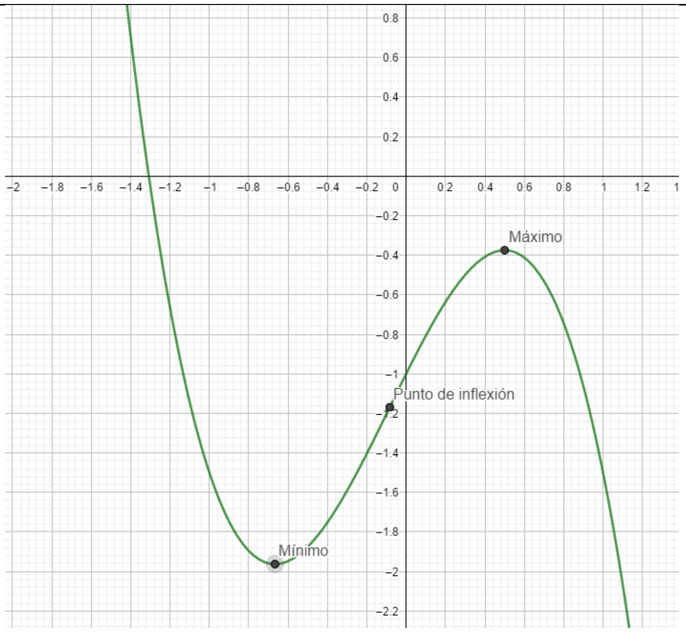


b. $y = 4x^3 - 3x^2 - 6x$

Resultados que se obtienen:
Máximo: (-1/2, 7/4)
Mínimo: (1, -5)
Punto de inflexión: (1/4, -13/8)
Intervalo de crecimiento:
$(-\infty, -1/2)$ U $(1, \infty)$
Intervalo de decrecimiento: (-1/2, 1)
Intervalo de concavidad hacia arriba:
(1/4, ∞)
Intervalo de concavidad hacia abajo:
(-∞, 1/4)

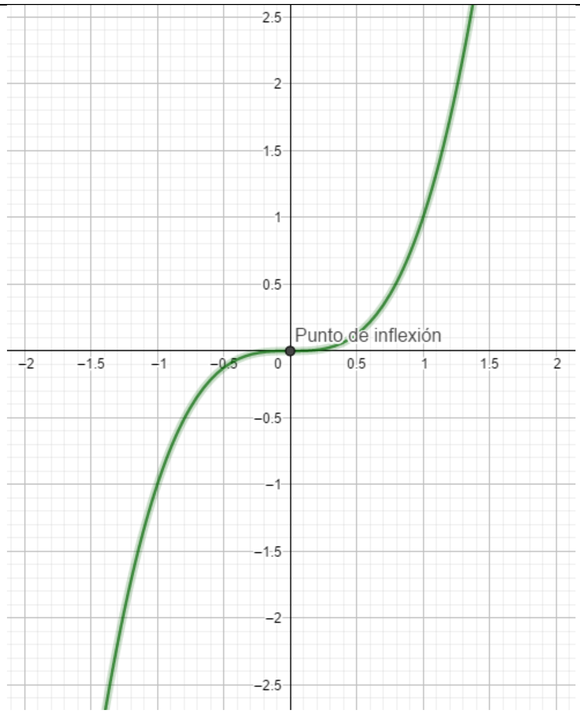


c. $y = -2x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 2x - 1$



Resultados que se obtienen:
Máximo: (1/2,-3/8)
Mínimo: (-2/3,-53/27)
Punto de inflexión: (-1/12, -505/432)
Crecimiento: (-2/3, 1/2)
Decrecimiento:
$(-\infty, -2/3)$ U $(1/2, \infty)$
Concavidad hacia arriba:
(-∞, -1/12)
Concavidad hacia abajo:
(-1/12, ∞)

d. $y = x^3$



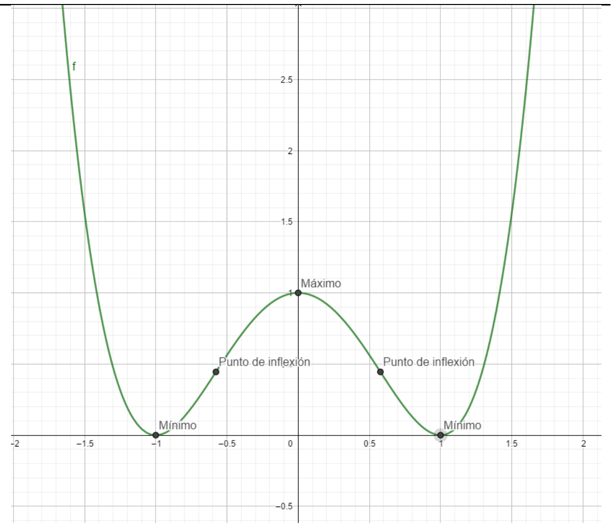
Resultados que se obtienen:

Máximo: indefinido
Mínimo: indefinido
Punto de inflexión: (0, 0)
Intervalo de crecimiento:
$(-\infty, 0)$ U $(0, \infty)$
<u>No hay intervalos de decrecimiento</u>
Concavidad hacia arriba:
(0 , ∞)
Concavidad hacia abajo:
(-∞, 0)

e. $y = x^4 - 2x^2 + 1$

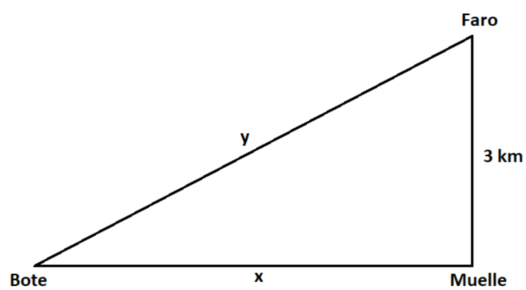
Resultados que se obtienen:
Máximo: (0,-1)
Mínimo 1: (-1, 0)
Mínimo 2: (1, 0)
Punto de inflexión 1: (-0.58, 0.44)
Punto de inflexión 2: (0.58, 0.44)

Crecimiento: $(-1, 0)$ U $(1, \infty)$
Decrecimiento: $(-\infty, -1)$ U $(0, 1)$
Concavidad hacia arriba:
$(-\infty, -0.58)$ U $(0.58, \infty)$
Concavidad hacia abajo:
(-0.58, 0.58)



13. Resuelve los siguientes problemas de aplicación.

a. Un bote navega perpendicularmente a la costa hacia un muelle a razón de 15 km/h. Un faro está a 3km del muelle sobre la costa



¿Con qué rapidez se acerca el bote al faro cuando está a 4 km del muelle?

Respuesta: 12 km /h

b. En un círculo cuyo radio crece con una rapidez de 3 cm por min, está inscrito un cuadrado. ¿Con qué rapidez aumenta el área del cuadrado cuando el radio del círculo mide 10 cm?

Respuesta: 120 cm²/min

c. Encuentra dos números cuya suma sea 10 y tales que la suma de sus cuadrados sea mínima.

Respuesta: x = 5, y = 5

d. Determinar las dimensiones del rectángulo de máxima área que puede inscribirse en un círculo de radio igual a 1 m.

Respuesta: Altura = $\sqrt{2}$, Base = $\sqrt{2}$

e. Una caja sin tapa será manufacturada con una lámina muy delgada de metal cuadrada que mide 20 cm por lado. La caja se construye cortando 4 pequeños cuadros de longitud x en las cuatro esquinas y doblando las caras laterales hacía arriba. ¿Cuáles deben ser las dimensiones de la ceja para que tenga un volumen máximo?

Respuesta: x= 10/3 [cm] , ceja = 40/3 [cm]

f. Cuando se producen q unidades de cierto producto exclusivo, el costo de fabricación en dólares es de

$$(q) = 0.01q^2 - 2q + 140$$

¿A qué nivel de producción será menor el costo promedio? Respuesta: q = 100 unidades

g. ¿Hasta qué altura ascenderá una pelota que se lanza directamente hacia arriba de acuerdo con la siguiente ley, expresada en metros?

$$(t) = 25t - 5t^2$$

Respuesta: Altura = 31.25 m

h. La ganancia total de una fábrica está dada por:

$$y = 50000 + 6x - \frac{x^2}{10000}$$

Donde x es el número de artículos vendidos.

Si se quiere maximizar la ganancia total, ¿cuántos artículos se deben vender y de cuanto es la ganancia?

Respuesta: Artículos = 30000, Ganancia = 140000

i. Se estima que el costo de construcción (y) de un condominio de x departamentos se encuentra dado por la función: $y = 0.1x^2 - 10x + 300$, en millones de pesos. ¿Cuántos departamentos deberá tener el condominio para minimizar el costo promedio por departamento?

Respuesta: 50 departamentos

j. Calcula las dimensiones de un rectángulo con perímetro de 72 cm, de manera que el rectángulo sea el de área máxima.

Respuesta: ancho=18 cm

k. El director de una determinada empresa editorial ha observado que si fija el precio de un determinado libro en $20, vende 10,000 ejemplares. Pero por cada peso que incrementa el precio, las ventas disminuyen en 400 copias. ¿Qué precio deberá fijar el editor a cada libro, de manera que el ingreso para la empresa por la venta de estos libros sea máximo? ¿Cuál es el valor de dicho ingreso?

Respuesta: precio=22.5 cm, ingreso= $202,500

l. Una familia que inicia un emprendimiento con un local de hamburguesas, estima que el costo promedio para producir cada una es de 21 pesos. En la inauguración se venden entre todos los clientes satisfechos 90 unidades a un precio de 35 pesos cada una y esto se repite las siguientes jornadas. Esperando ganar más comienzan a subir el precio gradualmente. El hijo mayor que domina el cálculo

Diferencial observa en las siguientes semanas, que por cada 5 pesos que se incrementan en el precio, 15 clientes dejan de comprar en un día regular. Determina cual es el precio de venta que quedará establecido sin considerar gastos fijos como electricidad, gas, renta, etc.

Respuesta: precio establecido = 43 pesos
(Dato adicional de la respuesta: se venderán 66 hamburguesas en un día en promedio)

m. Si el número de turistas que hacen un recorrido ida y vuelta en autobús a una determinada ciudad es de 30, exactamente, la empresa cobra \$200 por persona. Por cada persona que se suma a las 30, el costo por persona se reduce en \$5. ¿cuál es el número óptimo de turistas que el autobús debe llevar para que la empresa obtenga el máximo beneficio?

Respuesta: 35 personas

14. Aplicar las fórmulas correspondientes para determinar la diferencial *dy* de cada una de las funciones dadas

	Ejercicio	Respuesta
a.	$y = \frac{x^3}{6}$	$dy = \overset{1}{-}\, x^2 dx\, 2$
b.	$y = \frac{1}{x^2}$	$dy = -\frac{2}{x^3}\,dx$
c.	$y = \frac{3x^3 - 5x^2 + 7x - 1}{x^2}$	$dy = (\frac{2}{x^3} - \frac{7}{x^2} + 3)\,dx$
d.	$y = \sqrt[3]{x^2} + 16\sqrt[4]{x} - 2x + 4$	$dy = (\frac{2}{3\sqrt[3]{x}} - \frac{4}{\sqrt[4]{x^3}} - 2)\,d$
e.	$y = (3x + 2)(x^2 - 5x + 6)$	$dy = (9x^2 - 38x - 2)dx$
f.	$y = \frac{x - 3}{x^2 - 5}$	$dy = \frac{-x^2 + 6x - 5}{(x^2 - 5)^2}\,dx$
g.	$y = \frac{x^2}{2x^2 - 7}$	$dy = \frac{14x}{(2x^2 - 7)^2}\,dx$
h.	$y = (5x + 4)^3$	$dy = 15(5x + 4)^2dx$
i.	$y = \sqrt{(2x^2 + 5)^3}$	$dy = 6x\sqrt{(2x^2 + 5)}dx$
j.	$y = 5(2x + 1)^2$	$dy = (40x + 20)dx$

k.	$y = \frac{x-1}{\sqrt{x}}$	$dy = (\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}})\,dx$
l.	$y = sen\,x + \cos x$	$dy = (\cos x - sen\,x)dx$
m.	$y = x^2 sen\,x$	$dy = (x^2\cos x + 2x\,sen\,x)dx$
n.	$y = e^{(\frac{x}{x+1})}$	$dy = \frac{e^{\frac{x}{x+1}}}{(x+1)^2}dx$
o.	$y = e^{6x^2} + \ln x^5$	$dy = (12x\,e^{6x^2} + \frac{5}{x})\,dx$
p.	$y = x^2e^{3x}$	$dy = x\,e^{3x}(3x+2)\,dx$
q.	$y = x^2\ln x$	$dy = x(1+\ln x^2)\,dx$
r.	$y = 3^{\sqrt{x+1}}$	$dy = \frac{3^{\sqrt{x+1}}\ln 3}{2\sqrt{x+1}}dx$
s.	$y = \log(3x^2+1)$	$dy = \frac{6x\log e}{3x^2+1}dx$
t.	$y = \sqrt[3]{\log(x+1)}$	$dy = \frac{\log e}{3(x+1)\sqrt[3]{\log^2(x+1)}}dx$
u.	$y = sen^2x\,cos\,3x$	$dy = -3\,sen^2x\,sen\,3x\,dx + 2\,cos\,3x\cos x\,sen\,x\;dx$
v.	$y = \tan(\sec\frac{x}{2})$	$dy = \frac{1}{2}\sec^2(sec\,\frac{x}{2})\sec\frac{x}{2}\tan\frac{x}{2}dx$

SECCIÓN IV

Ejercicios adicionales para reafirmar el conocimiento

A) RESUELVE LAS SIGUIENTES DESIGUALDADES:

1) $7x-1\leq 10x+4$	$x\geq -\frac{5}{3}$
2) $6x-10\geq 5x-16$	$x\geq -6$
3) $2x-\frac{2}{3}<5x+\frac{3}{4}$	$x>-\frac{17}{36}$
4) $\frac{x}{4}-\frac{4}{5}\leq\frac{x}{3}+\frac{1}{2}$	$x\geq -\frac{78}{5}$
5) $-2\leq 1-5x\leq 3$	$-\frac{2}{5}\leq x\leq \frac{3}{5}$
6) $3\geq\frac{7-x}{2}\geq 1$	$1\leq x\leq 5$
7) $-2\leq\frac{5-3x}{4}\leq\frac{1}{2}$	$1\leq x\leq \frac{13}{3}$
8) $x^2+6x+5<0$	$(-5,-1)$
9) $x^2+7x+10>0$	$(-\infty,-5)\cup(-2,\infty)$
10) $(2x+1)(10-3x)<0$	$\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{10}{3},\infty\right)$
11) $x^3+2x^2-3x>0$	$(-3,0)\cup(1,\infty)$

12) $2x^2 + 7x - 15 \geq 0$	$(-\infty, -5] \cup \left[\frac{3}{2}, \infty\right)$
13) $\lvert 2x - 7 \rvert < 3$	$2 < x < 5$
14) $\left\lvert \frac{x}{3} - 2 \right\rvert \leq 6$	$-12 \leq x \leq 24$
15) $\lvert 2x - 7 \rvert > 3$	$(-\infty, 2) \cup (5, \infty)$
16) $\lvert 4x + 2 \rvert \geq 10$	$(-\infty, -3] \cup [2, \infty)$

B) DETERMINA LOS SIGUIENTES LÍMITES.

1) $Lím_{x \to 2} x^2 - 2x + 1$	1
2) $Lím_{x \to 2} \frac{1}{x}$	$\frac{1}{2}$
3) $Lím_{x \to 2} \frac{1}{x+1}$	$\frac{1}{3}$
4) $Lím_{x \to -\frac{1}{2}} \frac{3+2x}{5-x}$	$\frac{4}{11}$
5) $Lím_{x \to 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6}$	- 4
6) $Lím_{x \to -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 4x + 3}$	$\frac{1}{2}$
7) $Lím_{x \to 3} \frac{x^3 - 27}{x^2 - 9}$	$\frac{9}{2}$
8) $Lím_{x \to 0} \frac{3x - 2x^2 + x^3}{5x^3 - 7x + 5x^2}$	$-\frac{3}{7}$

9) $Lím_{x\to 3}\dfrac{\frac{1}{x}-\frac{1}{3}}{x-3}$ $\qquad -\dfrac{1}{9}$

10) $Lím_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+1}{6+x-3x^2}$ $\qquad -\dfrac{2}{3}$

11) $Lím_{x\to\infty}\dfrac{4x^3+2x^2-5}{8x^3+x+2}$ $\qquad \dfrac{1}{2}$

12) $Lím_{x\to\infty}\dfrac{x^2+5x+6}{x+1}$ $\qquad \infty$

13) $Lím_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}$ $\qquad \dfrac{1}{4}$

14) $Lím_{x\to 9}\dfrac{x-9}{\sqrt{x}-3}$ $\qquad 6$

15) $Lím_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{25-x^2}-4}{x-3}$ $\qquad -\dfrac{3}{4}$

C) DERIVA LAS SIGUIENTES FUNCIONES, $y = f(x)$, POR MEDIO DE LA FÓRMULA GENERAL DE DERIVACIÓN.

$$\boxed{y'=\frac{dy}{dx}=m=tg\ \theta=Lím_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}}$$

1) $y=6x^2-2x+5$ $\qquad y'=12x-2$

2) $y=x^3$ $\qquad y'=3x^2$

3) $y=2x^3-5x^2+3$ $\qquad y'=6x^2-10x$

4) $y=5x-2x^3$ $\qquad y'=5-6x^2$

5) $y=x^5-3x^4$ $\qquad y'=5x^4-12x^3$

6) $y=\dfrac{x}{2x+1}$ $\qquad$ $y'=\dfrac{1}{(2x+1)^2}$

7) $y=\dfrac{4}{x^2+x}$ $\qquad$ $y'=\dfrac{-8x-4}{(x^2+x)^2}$

8) $y=\dfrac{x^2}{4-x^2}$ $\qquad$ $y'=\dfrac{8x}{(4-x^2)^2}$

9) $y=\sqrt{3x-5}$ $\qquad$ $y'=\dfrac{3}{2\sqrt{3x-5}}$

10) $y=\dfrac{3}{\sqrt{x-2}}$ $\qquad$ $y'=-\dfrac{3}{2\sqrt{(x-2)^3}}$

D) DERIVA LAS SIGUIENTES FUNCIONES ALGEBRAICAS (EXPRESA EL RESULTADO CON EXPONENTES POSITIVOS Y/O RADICALES)

1) $y=-x^4+3x^2-6x+1$ $\qquad$ $y'=-4x^3+6x-6$

2) $y=11x^4-3x+19$ $\qquad$ $y'=44x^3-3$

3) $y=5x^6-3x^5+11x-9$ $\qquad$ $y'=30x^5-15x^4+11$

4) $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}-2\sqrt{x}$ $\qquad$ $y'=-\dfrac{1}{2\sqrt{x^3}}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}$

5) $y=\dfrac{1}{2x^2}-\dfrac{4}{\sqrt{x}}$ $\qquad$ $y'=-\dfrac{1}{x^3}+\dfrac{2}{\sqrt{x^3}}$

6) $\dfrac{d(2\sqrt[3]{x^2}+x^3)}{dx}$ $\qquad$ $y'=\dfrac{4}{3\sqrt[3]{x}}+3x^2$

7) $y=\dfrac{5}{\sqrt{x}}+\dfrac{4}{\sqrt[3]{x}}$ $\qquad$ $y'=-\dfrac{5}{2\sqrt{x^3}}-\dfrac{4}{3\sqrt[3]{x^4}}$

8) $y=5\sqrt[3]{x^4}-\frac{3}{x^7}+\frac{2}{\sqrt[7]{x^5}}$ $\qquad$ $y'=\frac{20\sqrt[3]{x}}{3}+\frac{21}{x^8}-\frac{10}{7\sqrt[7]{x^{12}}}$

9) $y=5x^2-\frac{3}{x^2}+\sqrt{x^3}+\frac{4}{\sqrt{x^3}}+5$ $\qquad$ $y'=10x+\frac{6}{x^3}+\frac{3\sqrt{x}}{2}-\frac{6}{\sqrt{x^5}}$

10) $y=\sqrt[3]{4-9x}$ $\qquad$ $y'=-\frac{3}{\sqrt[3]{(4-9x)^2}}$

11) $y=\sqrt[3]{(x+2)^2}$ $\qquad$ $y'=\frac{2}{3\sqrt[3]{x+2}}$

12) $y=\frac{1}{(3x^4-x-8)^9}$ $\qquad$ $y'=\frac{-108x^3+9}{(3x^4-x-8)^{10}}$

13) $y=x\sqrt{3-2x^2}$ $\qquad$ $y'=\frac{-4x^2+3}{\sqrt{3-2x^2}}$

14) $y=2x^2\sqrt{2-x}$ $\qquad$ $y'=\frac{-5x^2+8x}{\sqrt{2-x}}$

15) $y=(x-1)\sqrt{x^2-2x+2}$ $\qquad$ $y'=\frac{2x^2-4x+3}{\sqrt{x^2-2x+2}}$

16) $y=\frac{3x^2+1}{2x^2+1}$ $\qquad$ $y'=\frac{2x}{(2x^2+1)^2}$

17) $y=\frac{2-x}{4-x}$ $\qquad$ $y'=-\frac{2}{(4-x)^2}$

18) $y=\left(\frac{x^3-1}{2x^3+1}\right)^4$ $\qquad$ $y'=\frac{36x^2(x^3-1)^3}{(2x^3+1)^5}$

19) $y=\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$ $\qquad$ $y'=\frac{1}{(x+1)\sqrt{x^2-1}}$

E) DETERMINA LAS ECUACIONES DE LA RECTA TANGENTE Y NORMAL A LAS SIGUIENTES CURVAS EN EL PUNTO DADO.

1) $y=4x^2-2x \quad en\ (2,12)$ $\qquad -14x+y+16=0 \quad y \quad x+14y-170=0$

2) $y=x^2-x \quad en\ (1,0)$ $\qquad -x+y+1=0 \quad y \quad x+y-1=0$

3) $y=\frac{2x+1}{3-x} \quad en\ (2,5)$ $\qquad -7x+y+9=0 \quad y \quad x+7y-37=0$

4) $2x^2-xy+y^2=16 \quad en\ (3,2)$ $\qquad 10x+y-32=0 \quad y \quad -x+10y-17=0$

F) DERIVA LAS SIGUIENTES FUNCIONES TRASCENDENTES (LOGARÍTMICAS, EXPONENCIALES Y TRIGONOMÉTRICAS).

1) $y=Ln5x^3$ $\qquad y'=\frac{3}{x}$

2) $y=Ln\,(5x+2)^2$ $\qquad y'=\frac{10}{5x+2}$

3) $y=Ln(2x^3-3x^2+4)$ $\qquad y'=\frac{6x\,(x-1)}{2x^3-3x^2+4}$

4) $y=x^2\ Ln\ x^2$ $\qquad y'=2x(1+Lnx^2)$

5) $y=\frac{Ln\ x}{x}$ $\qquad y'=\frac{1-Lnx}{x^2}$

6) $y=Ln\ \frac{x^2}{1+x^2}$ $\qquad y'=\frac{2}{x(1+x^2)}$

7) $y=Ln\sqrt{9-2x^2}$ $\qquad y'=-\ \frac{2x}{9-2x^2}$

8) $y=Ln\sqrt{\frac{x-3}{x+3}}$ $\qquad y'=\frac{3}{x^2-9}$

9) $y=e^{\cos 5x^2}$ $\qquad y'=-10x\,e^{\cos 5x^2}\,sen\ 5x^2$

10) $y=Ln\sqrt{\cos 2x}$ $\qquad y'=-tg\ 2x$

11) $y=x\ \cos x$ $\qquad y'=-\ x\ sen\,x+cos\ x$

12) $y = \text{sen}\,2x\,\cos 2x$ $\qquad y' = 2(-sen^2\,2x + \cos^2 2x)$

13) $y = e^{3x}\,\text{sen}\,2x$ $\qquad y' = e^{3x}\,(2\cos 2x + 3\,sen\,2x)$

14) $y = \dfrac{\text{sen}\,\theta}{\theta}$ $\qquad y' = \dfrac{\theta\cos\theta - sen\,\theta}{\theta^2}$

15) $y = Ln(\cos x)$ $\qquad y' = -tg\ x$

G) DERIVA LAS SIGUIENTES FUNCIONES IMPLÍCITAS.

1) $x^4 + 4x^3y + y^4 = 20$ $\qquad y' = \dfrac{-4x^3 - 12x^2y}{4x^3 + 4y^3}$

2) $x^3 - 3x^2y + 19xy = 0$ $\qquad y' = \dfrac{-3x^2 + 6xy - 19y}{-3x^2 + 19x}$

3) $4x^3 + 11xy^2 - 2y^3 = 0$ $\qquad y' = \dfrac{-12x^2 - 11y^2}{22xy - 6y^2}$

4) $5x^4 - 2x^3y^2 + 9x^2y^3 - 5y^5 = 12$ $\qquad y' = \dfrac{-20x^3 + 6x^2y^2 - 18xy^3}{-4x^3y + 27x^2y^2 - 25y^4}$

H) CALCULA LOS PUNTOS CRÍTICOS, MÁXIMOS Y MÍNIMOS, INTERVALOS DE CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO DE LAS SIGUIENTES FUNCIONES.

1) $y = 4x^2 - 3x + 2$ *MÍN* $\left(\frac{3}{8}, \frac{23}{16}\right)$; $crece\left(\frac{3}{8}, \infty\right)\ decrece\left(-\infty, \frac{3}{8}\right)$

2) $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ *MÁX* $(1, 4)$ *MÍN* $(3, 0)$; $crece(-\infty,1)\cup(3,\infty)\ decrece\ (1,3)$

3) $y = 2x^3 - 2x^2 - 16x + 1$ *MÁX* $\left(-\frac{4}{3}, \frac{379}{27}\right)$ *MÍN* $(2, -23)$; $crece\left(-\infty, -\frac{4}{3}\right)\cup(2,\infty)\ decrece\left(-\frac{4}{3}, 2\right)$

4) $y = x^3 + 2x^2 - 15x - 20$ *MÁX* $(-3, 16)$ *MÍN* $\left(\frac{5}{3}, -\frac{940}{27}\right)$ $crece(-\infty,-3)\cup\left(\frac{5}{3},\infty\right)\ decrece\left(-3, \frac{5}{3}\right)$

5) $y = 4x^3 + 5x^2 - 42x + 7$ *MÁX* $\left(-\frac{7}{3}, \frac{2198}{27}\right)$ *MÍN* $\left(\frac{3}{2}, -\frac{125}{4}\right)$ $crece\left(-\infty, -\frac{7}{3}\right)\cup\left(\frac{3}{2},\infty\right)\ decrece\left(-\frac{7}{3}, \frac{3}{2}\right)$

6) $y=x^4-4x$ MÍN $(1,-3)$ $crece\ (1,\infty)\ decrece\ (-\infty,1)$

7) $y=x^4+4x^3-2x^2-12x$ MÍN $(-3,-9)$ MÁX $(-1,7)$ MÍN $(1,-9)$

$crece\ (-3,-1)\cup(1,\infty)\ decrece\ (-\infty,-3)\cup(-1,1)$

8) $y=2x^2-x^4$ MÁX $(-1,1)$ MÍN $(0,0)$ MÁX $(1,1)$

$crece\ (-\infty,-1)\cup(0,1)\ decrece\ (-1,0)\cup(1,\infty)$

9) $y=3x^4-4x^3-12x^2$ MÍN $(-1,-5)$ MÁX $(0,0)$ MÍN $(2,-32)$

$crece\ (-1,0)\cup(2,\infty)\ decrece\ (-\infty,-1)\cup(0,2)$

10) $y=3x^5-20x^3$ MÁX $(-2,64)$ MÍN $(2,-64)$ $crece\ (-\infty,-2)\cup(2,\infty)\ decrece\ (-2,2)$

I) CALCULA LOS PUNTOS DE INFLEXIÓN Y LOS INTERVALOS DE LAS CONCAVIDADDES DE LAS SIGUIENTES FUNCIONES.

1) $y=x^3+9x^2+27x+9$ $P.I(-3,-18)$

2) $y=x^3-3x-1$ $P.I.(0,-1)$

3) $y=2+12x+3x^2-2x^3$ $P.I.\left(\frac{1}{2},\frac{17}{2}\right)$

4) $y=x^3-2x^2+x+1$ $P.I.\left(\frac{2}{3},\frac{29}{27}\right)$

5) $y=3x^4-4x^3+2$ $P.I.(0,2)$ $P.I.\left(\frac{2}{3},\frac{38}{27}\right)$

J) RESUELVE LOS SIGUIENTES PROBLEMAS DE APLICACIÓN USANDO DERIVADAS.

1) La ganancia total de la compañía La Guacamaya es $U(x) = -20x^2 + 560x - 1{,}500$; donde x es el número de artículos vendidos. Si se quiere maximizar la ganancia total, ¿cuántos artículos se deben vender y de cuánto es la ganancia?

Solución 14 artículos y $2, 420

2) Durante varias semanas, el departamento de carreteras del estado de Baja California Norte, ha registrado la velocidad del tráfico en la salida de la autopista al municipio de Tecate. Los datos sugieren que entre la 1:00 y las 6:00 p.m. en día normal de la semana, la velocidad del tráfico es aproximadamente de $V(t) = 2t^3 - 21t^2 + 60t + 40$ km/h, donde *t* es el número de horas desde el mediodía. ¿En qué momento entre la 1:00 y las 6:00 p.m., el tráfico es más rápido y en qué momento es más lento?

Solución: A las 5:00 p.m. va a 65 km/h, el tránsito es más lento

A las 2:00 p.m. va a 92 km/h, el tránsito es más rápido

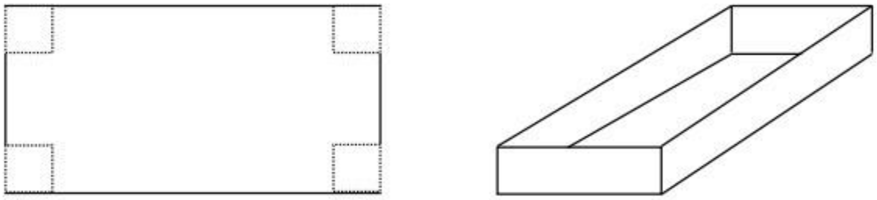
3) La compañía de viajes "charter" por barco "El Crucero del Amor", ofrece un paseo de fin de semana a las siguientes tarifas: cada persona de un grupo de 100 o menos paga $35. Por cada persona en exceso de 100, cada pasajero paga 25 centavos menos. Si un grupo pasa de 100 integrantes, expresa el ingreso como una función del número de pasajeros. Determinar el ingreso máximo que se obtendría. Grafica.

Solución: $I(x) = (100 + x)(35 - 0.25x) = -0.25x^2 + 10x + 3500$
20 Personas e ingreso $3, 600

4) Un distribuidor de calentadores eléctricos estima poder vender 5000 de ellos a $30 cada uno. El precio se disminuye en $4 por cada 1000 calentadores adicionales que se vendan. Halla la función de precio en términos de *x en miles*, número de calentadores vendidos. ¿Cuál es el número máximo de calentadores que se venderían para obtener una ganancia máxima? Grafica.

Solución: $I(x) = (5000 + 1000x)(30 - 4x) = -4000x^2 + 10\,000x + 150\,000$
X = 1.25, es decir, 1250 calentadores y la ganancia es de $156, 250

5) Una caja sin tapa será manufacturada con una lámina muy delgada de metal que mide 9 por 12 pulgadas. La caja se construye cortando 4 pequeños cuadros en las cuatro esquinas y doblando las caras laterales hacia arriba como se muestra en el dibujo. Determina el volumen de la caja en función de los cuadros cortados *x*.

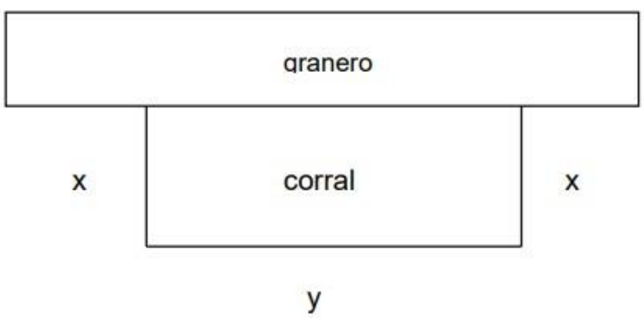


Solución $V(x) = (12 – 2x)(9 – 2x)(x) = 4x^3 – 42x^2 + 108x$
Lado del cuadrado 1.69722 pulgadas y volumen de la caja 81.87 $pulg^3$

6) La propietaria de un pequeño jardín de niños puede admitir 25 niños a razón de 95 dólares mensuales por cada uno. Ella sabe que por cada aumento de 5 dólares en la colegiatura mensual perderá a uno de sus alumnos. Expresa el beneficio como una función de la nueva cuota mensual. ¿Cuántos alumnos pueden perder para obtener el beneficio máximo y de cuánto será dicho beneficio? Grafica.

Solución: $I(x) = (95 + 5x)(25 – x) = -5x^2 + 30x + 2375$, 3 alumnos y $2, 420

7) El granero de Don Pepe tiene 80 m de tela de alambre, con la que se planea cercar un corral rectangular al lado de un granero de 100 m de largo, como se muestra (el lado del corral que esta junto al granero no necesita cerca) ¿cuáles son las dimensiones del corral de máxima área y cuánto mide ésta?



Solución $x = 20$ m, $y = 40$ m, área = 800 m^2

8) Una compañía de teléfonos encuentra que se obtiene una ganancia líquida de $ 15 por aparato si la central tiene 1 000 usuarios o menos. Si hay más de 1 000 usuarios dicha ganancia por aparato instalado disminuye un centavo por cada usuario que sobrepasa ese número. ¿Cuántos usuarios darían a la compañía la máxima ganancia, y de cuánto es ésta?

Solución 250 personas y $ 15, 625 de ganancia

K) CALCULA LA RAÍZ INDICADA CON UNA PRECISIÓN DE CINCO DECIMALES USANDO EL MÉTODO DE NEWTON.

1) $\sqrt[4]{17} = 2.03054$
2) $\sqrt[5]{1020} = 3.99687$
3) $\sqrt[3]{120} = 4.93242$
4) $\sqrt{66} = 7.87400$