



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL  
SECRETARIA ACADÉMICA  
DIRECCIÓN DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR  
CENTRO DE ESTUDIOS CIENTÍFICOS Y TECNOLÓGICOS NO. 13  
"RICARDO FLORES MAGÓN"



# GUÍA

**de estudio para  
presentar ETS**

**UNIDAD DE APRENDIZAJE  
GEOMETRÍA ANALÍTICA**

**Semestre: Tercer  
Ciclo escolar: 2023/2**



Área:	Nombre de la Unidad de Aprendizaje:	Nivel/semestre:
BASICA	GEOMETRÍA ANALITICA	TERCER

### 1.- Integrantes de Academia:

No	Docente
1.	José Marías Pastor Sánchez
2.	Juan José Beltrán Corona
3.	Horacio Trujillo Islas
4.	Liliana Castillejos Domínguez

### 2.- Introducción

Los principales objetos del conocimiento acerca de los lugares geométricos (línea recta, cónicas, coordenadas polares y ecuaciones paramétricas) nos sirven para movilizar diferentes capacidades humanas relacionadas con: analizar, organizar y sistematizar los conocimientos espaciales, razonando en forma deductiva e intuitiva para la solución de los problemas teóricos y reales de su entorno, utilizando lenguajes de representación (verbal, gráfico y/o simbólico). Por lo que se realizó la presente guía a fin de apoyar a los alumnos en el proceso de enseñanza aprendizaje de dicha unidad de aprendizaje y con esto tener éxito para aquellos que presentaran la evaluación a ETS

### 3.- Objetivos.

Preparar al estudiante para que desarrolle competencias en la solución de diversos problemas relacionados con los ámbitos académico y social, por lo que se abordan conceptos analíticos para la comprensión de espacio y hábitat, para después presente exitosamente la evaluación a ETS.

### 4.- Justificación.

El enfoque metodológico de la guía se fundamenta en el aprendizaje, a través de la planeación y organización de ejercicios pertinentes que conduzcan al logro y aprendizaje significativos para que el alumno desarrolle y aplique los conocimientos adquiridos en la unidad de aprendizaje.



## 5.- Estructura y contenidos

Estructura y contenidos	6.- Materiales para la elaboración de la guía
<p><b>Unidad I.-</b> CONCEPTOS BASICOS DE GEOMETRIA ANALITICA Y LINEA RECTA:</p> <p><b>RAP1:</b> Describe lugares geométricos mediante la localización de puntos en el plano cartesiano.</p> <p><b>RAP2:</b> Manipula los elementos de la ecuación de la línea recta en sus diferentes expresiones.</p> <p><b>RAP3:</b> Emplea las condiciones de la línea recta en la solución de problemas, mediante el uso de sus ecuaciones, en situaciones académicas y sociales.</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Archivo en pdf con los ejercicios propuestos en la guía.</li><li>• Calculadora científica.</li><li>• Cuaderno, lápiz, goma.</li><li>• Hojas milimétricas para realizar gráficas.</li></ul>
<p><b>Unidad II:</b> CONICAS (CIRCUNFERENCIA, PARÁBOLA, ELIPSE E HIPÉRBOLA):</p> <p><b>RAP1:</b> Ubica los elementos de las cónicas a partir de la ecuación de segundo grado, del tipo</p> $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ <p><b>RAP2:</b> Obtiene la ecuación y la representación gráfica correspondiente a cada una de las cónicas a partir de sus elementos</p> <p><b>RAP3:</b> Resuelve problemas que involucren ecuaciones de segundo grado, en situaciones académicas y sociales.</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Archivo en pdf con los ejercicios propuestos en la guía.</li><li>• Calculadora científica. }</li><li>• Cuaderno, lápiz, goma.</li><li>• Hojas milimétricas para realizar gráficas.</li></ul>
<p><b>Unidad III:</b> COORDENADAS POLARES.</p> <p><b>RAP1:</b> Obtiene lugares geométricos mediante la localización de puntos en el plano polar</p> <p><b>RAP2:</b> Transforma ecuaciones paramétricas a la forma cartesiana y viceversa, en situaciones académicas.</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>• . Calculadora científica.</li><li>• Cuaderno, lápiz, goma.</li><li>• Hojas milimétricas para realizar gráficas.</li></ul>



## 7.- Actividades de estudio.

### Unidad I. CONCEPTOS BASICOS DE GEOMETRIA ANALITICA Y LINEA RECTA.

- 1) Hallar el perímetro del triángulo cuyos vértices son  $(0, 4)$ ,  $(-4, 1)$ ,  $(3, -3)$ .
- 2) Hallar el perímetro del triángulo cuyos vértices son  $(-1, -2)$ ,  $(4, 2)$ ,  $(-3, 5)$ .
- 3) Demostrar que el triángulo dado por las coordenadas de sus vértices es isósceles  $(2, 2)$ ,  $(6, 6)$ ,  $(2, -2)$ .
- 4) Demostrar que el triángulo dado por las coordenadas de sus vértices es isósceles  $(6, 7)$ ,  $(-8, -1)$ ,  $(-2, -7)$ .
- 5) Demostrar, mediante la fórmula de distancia, que los puntos siguientes son colineales  $(-2, 3)$ ,  $(-6, 1)$ ,  $(-10, -1)$ .
- 6) Demostrar, mediante la fórmula de distancia, que los puntos siguientes son colineales  $(12, 1)$ ,  $(-3, -2)$ ,  $(2, -1)$ .
- 7) Hallar las coordenadas de un punto  $P(x, y)$  que divida al segmento que determinan  $P_1(5, 3)$  y  $P_2(-3, -3)$  en relación  $r = 3/1$ .
- 8) Sabiendo que el punto  $(9, 2)$  divide el segmento que determinan los puntos  $P_1(6, 8)$  y  $P_2(x_2, y_2)$  en la relación  $r = 7/3$ , hallar las coordenadas de  $P_2$ .
- 9) Hallar los puntos de intersección del segmento cuyos extremos son  $(2, -3)$  y  $(-4, 6)$ .
- 10) Hallar la pendiente y el ángulo de inclinación de la recta que pasan por los puntos  $(3, 4)$  y  $(1, -2)$ .
- 11) Hallar la pendiente y el ángulo de inclinación de la recta que pasan por los puntos  $(-5, 3)$  y  $(2, -3)$ .
- 12) Hallar la pendiente y el ángulo de inclinación de la recta que pasan por los puntos  $(6, 0)$  y  $(6, 3)$ .
- 13) Hallar la pendiente y el ángulo de inclinación de la recta que pasan por los puntos  $(1, 3)$  y  $(7, 1)$ .
- 14) Hallar la pendiente y el ángulo de inclinación de la recta que pasan por los puntos  $(2, 4)$  y  $(-2, 4)$ .
- 15) Hallar la pendiente y el ángulo de inclinación de la recta que pasan por los puntos  $(3, -2)$  y  $(3, 5)$ .
- 16) Demostrar si los siguientes puntos son colineales (usar el concepto de pendiente)  $(2, 3)$ ,  $(-4, 7)$  y  $(5, 8)$ .
- 17) Demostrar si los siguientes puntos son colineales (usar el concepto de pendiente)  $(4, 1)$ ,  $(5, -2)$  y  $(6, -5)$ .
- 18) Aplicando el concepto de pendiente, demostrar que los puntos siguientes son los vértices de un triángulo rectángulo  $(2, 4)$ ,  $(4, 8)$ ,  $(6, 2)$ .
- 19) Aplicando el concepto de pendiente, demostrar que los puntos siguientes son los vértices de un triángulo rectángulo  $(3, -2)$ ,  $(-2, 3)$ ,  $(0, 4)$ .



- 20) Hallar los ángulos interiores de los triángulos cuyos vértices son los puntos  $(-2, 1)$ ,  $(3, 4)$ , y  $(5, -2)$ .
- 21) Hallar los ángulos interiores de los triángulos cuyos vértices son los puntos  $(-5, -1)$ ,  $(4, -4)$  y  $(6, 2)$ .
- 22) Hallar la pendiente de una recta que forma un ángulo de  $45^\circ$  con la recta que pasa por los puntos con coordenadas  $(2, -1)$  y  $(5, 3)$ .
- 23) Determina el área del siguiente polígono definidos por los puntos  $A(1, 3)$ ,  $B(0, 0)$  y  $C(2, 0)$ .
- 24) Determina el área del siguiente polígono definidos por los puntos  $A(-4, -5)$ ,  $B(2, 1)$  y  $C(-1, 3)$ .
- 25) Determina el área del siguiente polígono definidos por los puntos  $A(6, 2)$ ,  $B(-1, 7)$  y  $C(-4, 1)$ .
- 26) Determina el área del siguiente polígono definidos por los puntos  $A(-6, -2)$ ,  $B(4, 3)$ ,  $C(5, 5)$  y  $D(5, -2)$ .
- 27) Determina el área del siguiente polígono definidos por los puntos  $A(-3, 1)$ ,  $B(-2, 5)$ ,  $C(2, 4)$  y  $D(1, 0)$ .
- 28) Los vértices de un triángulo son los puntos  $(2, 3)$ ,  $(-1, -1)$ ,  $(-3, -3)$ . Hallar: el perímetro del triángulo, los puntos medios de cada lado, el área del triángulo, la longitud de las medianas, los ángulos interiores,
- 29) Hallar la ecuación de la recta que satisface la siguiente condición:  $P(3, 1)$ ,  $m = 2$
- 30) Hallar la ecuación de la recta que satisface la siguiente condición:  $P(3, -1)$ ,  $m = 2/3$ .
- 31) Hallar la ecuación de la recta que satisface la siguiente condición:  $P(3, 0)$ ,  $m = 0$ .
- 32) Hallar la ecuación de la recta que satisface la siguiente condición:  $P(6, 2)$ ,  $m = 3/8$ .
- 33) Hallar la ecuación de la recta que satisface la siguiente condición:  $P(-3/2, 7/2)$ ,  $m = -1$ .
- 34) Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos  $(5, 3)$  y  $(5, -2)$ .
- 35) Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos  $(2, 1)$  y  $(5, 6)$ .
- 36) Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos  $(-2, 4)$  y  $(3, 3)$ .
- 37) Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos  $(-5, 2)$  y  $(3, 2)$ .
- 38) Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos  $(-5, 4)$  y  $(-1, 2)$ .
- 39) Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos  $(0, 0)$  y  $(3, -4)$ .
- 40) Las ecuaciones de los lados de un triángulo son:  $x - 3y = 0$ ,  $2x + 7y = 0$  y  $4x + y - 14 = 0$ . Determina las coordenadas de los vértices.
- 41) Encuentra la ecuación de la recta, cuya intersección con el eje Y es 4 y su pendiente  $m = -3$ .
- 42) ¿Cuál es la pendiente y la intersección con el eje Y de la recta  $4x - 5y + 12 = 0$ ?



- 43) Transforma a la forma pendiente-ordenada al origen la siguiente ecuación:  $3x + 5y - 7 = 0$ .
- 44) Graficar la recta de la ecuación  $2x + 3y - 9 = 0$ .
- 45) Determina la ecuación general de la recta que pasa por el punto  $A(-5, 3)$  y es perpendicular a la recta  $3x + 2y - 6 = 0$ .
- 46) Una recta pasa por el punto  $(2, 3)$  y es paralela a la recta  $x - 2y = 0$ , ¿Cuál es su ecuación general?
- 47) Para las rectas  $x + 4y - 4 = 0$  y  $2x - 3y + 6 = 0$ , determina la medida del ángulo agudo que forman.
- 48) Encuentra la ecuación general de la recta, cuya abscisa y ordenada al origen respectivamente son  $2y - 3$
- 49) Transforma a la forma simétrica y determina las intersecciones con los ejes de la recta:  $2x + 3y - 6 = 0$ .
- 50) Una recta pasa por los puntos  $(2, 5)$  y  $(-1, 4)$  (2,5). Expresa en su forma simétrica.
- 51) Expresa en su forma normal la ecuación de la recta para la cual  $\alpha$  y  $p$  son:  $\alpha = 120^\circ$  y  $p = \sqrt{2}$ .
- 52) Expresa en su forma normal la ecuación de la recta para la cual  $\alpha$  y  $p$  son:  $\alpha = 120^\circ$  y  $p = 1$ .
- 53) Determina la distancia del punto dado a la recta indicada:  $P(1, 4)$ ;  $2x - 7y + 3 = 0$ .
- 54) Determina la distancia del punto dado a la recta indicada:  $P(-2, 5)$ ;  $3x + 4y - 5 = 0$ .
- 55) Determina la distancia del punto dado a la recta indicada:  $P(-2, -5)$ ;  $x + 4y - 10 = 0$ .
- 56) Encuentra la distancia entre las rectas paralelas  $2x + 3y + 1 = 0$  y  $2x + 3y - 6 = 0$ .
- 57) Los vértices de un triángulo son  $A(-2, 1)$ ,  $B(4, 7)$  y  $C(6, -3)$ , determina: a) Las ecuaciones de las medianas. b) Las ecuaciones de las mediatrices. d) Las ecuaciones de las alturas.

## Unidad II. CÓNICAS.

### CIRCUNFERENCIA

- 58) Hallar la ecuación de la circunferencia que cumple con las condiciones siguientes:  $C(-12, 5)$  y  $r = 13$ .
- 59) Hallar la ecuación de la circunferencia que cumple con las condiciones siguientes: el diámetro es el segmento de recta que une los puntos  $A(-3, 4)$ ,  $B(7, 6)$ .
- 60) Hallar la ecuación de la circunferencia que cumple con las condiciones siguientes: su centro es  $(3, -5)$  y pasa por el punto  $(3, -3)$ .
- 61) Hallar la ecuación de la circunferencia que cumple con las condiciones siguientes:  $C(5/3, 1/3)$ ,  $r = \sqrt{3}$ .
- 62) Hallar la ecuación de la circunferencia que cumple con las condiciones siguientes:  $C(2, -6)$ ,  $r = 5$



- 63) Hallar el centro, el radio y trazar la gráfica de la circunferencia cuya ecuación es  $x^2 + y^2 + 8x - 4y - 5 = 0$ . Determinar si es real, imaginaria o se reduce a un punto.
- 64) Hallar el centro, el radio y trazar la gráfica de la circunferencia cuya ecuación es  $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 15 = 0$ . Determinar si es real, imaginaria o se reduce a un punto.
- 65) Hallar el centro, el radio y trazar la gráfica de la circunferencia cuya ecuación es  $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 10 = 0$ . Determinar si es real, imaginaria o se reduce a un punto.
- 66) Hallar el centro, el radio y trazar la gráfica de la circunferencia cuya ecuación es  $3x^2 + 3y^2 - 4x + 2y + 6 = 0$ . Determinar si es real, imaginaria o se reduce a un punto.
- 67) Hallar el centro, el radio y trazar la gráfica de la circunferencia cuya ecuación es  $x^2 + y^2 + 8x + 15 = 0$ . Determinar si es real, imaginaria o se reduce a un punto.
- 68) Obtener la ecuación de la circunferencia cuyo centro es  $C(-2, 3)$  y es tangente a la recta  $7x + 11y - 5 = 0$ . 69) Hallar la ecuación de la recta tangente a la circunferencia  $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 3 = 0$  en el punto  $(-1, 6)$ .
- 70) Obtener la ecuación, centro y radio de la circunferencia que pasa por los puntos:  $(3, 0)$ ,  $(4, 2)$ ,  $(0, 1)$ .
- 71) Obtener la ecuación, centro y radio de la circunferencia que pasa por los puntos:  $(-3, -1)$ ,  $(4, -2)$ ,  $(1, 2)$ .

## PARÁBOL:

- 72) Hallar las ecuaciones de la parábola en su forma reducida y en la forma general de acuerdo con los datos que se indican:  $V(3,0)$ ;  $F(3,3)$ .
- 73) Hallar las ecuaciones de la parábola en su forma reducida y en la forma general de acuerdo con los datos que se indican:  $V(2,2)$ ;  $F(-2,2)$ .
- 74) Hallar las ecuaciones de la parábola en su forma reducida y en la forma general de acuerdo con los datos que se indican: *Lado Recto* = 16; *abre hacia abajo*;  $V(-2, -3)$ .
- 75) Hallar las ecuaciones de la parábola en su forma reducida y en la forma general de acuerdo con los datos:  $V(3,2)$ ; *extremos del lado recto*:  $(-2,12)$  y  $(-2, -8)$ .
- 76) Hallar las ecuaciones de la parábola en su forma reducida y en la forma general de acuerdo con los datos que se indican en cada caso:  $V(-2, -4)$ ;  $p = 1$ ; *vertical*.
- 77) Obtener todos los elementos de la parábola cuya ecuación es: (graficar)  $y^2 - 10y - 12x + 37 = 0$ .
- 78) Obtener todos los elementos de la parábola cuya ecuación es: (graficar)  $x^2 - 12x + 16y + 68 = 0$ .
- 79) Obtener todos los elementos de la parábola cuya ecuación es: (graficar)  $x^2 - 24y + 48 = 0$ .



80) Obtener todos los elementos de la parábola cuya ecuación es: (graficar)  $y^2 + 8y + 20x + 56 = 0$ .

81) Obtener todos los elementos de la parábola cuya ecuación es: (graficar)  $3y^2 + 6y - 4x + 15 = 0$ .

82) Determinar la ecuación de la parábola cuyo vértice es el punto (3,3) con eje focal paralelo al eje y, pasa por el punto (6,6)

### ELIPSE:

83) Hallar la ecuación de la elipse que satisface las condiciones siguientes:  $C(7, -2)$ , *eje mayor* = 8, *eje menor* = 4 y *eje focal paralelo al eje x*.

84) Hallar la ecuación de la elipse que satisface las condiciones siguientes: *Vértices en*  $(-2,5)$ ,  $(-2,3)$  y *sus focos en*  $(-2, -4)$ ,  $(-2,2)$ .

85) Hallar la ecuación de la elipse que satisface las condiciones siguientes: *Vértices en*  $(0,0)$ ,  $(8,0)$  y  $B_1(4,3)$ ,  $B_2(4, -3)$ .

86) Hallar la ecuación de la elipse que satisface las condiciones siguientes: *Los vértices son*  $(1,1)$  y  $(7,1)$ , y *su excentricidad es*  $1/3$ .

87) Hallar la ecuación de la elipse que satisface las condiciones siguientes:  $B_1(3,2)$ ,  $B_2(3,6)$  y *su eje mayor igual a* 10 unidades.

88) Hallar la ecuación de la elipse que satisface las condiciones siguientes: *Los focos*  $(-9, -2)$  y  $(-3, -2)$  y *su excentricidad*  $3/5$ .

89) Hallar la ecuación de la elipse que satisface las condiciones siguientes: *Centro en*  $(5,1)$ , *vértice*  $(5,4)$  y *uno de los extremos del eje menor en*  $(3,1)$ .

90) Hallar la ecuación de la elipse que satisface las condiciones siguientes: *La longitud de su eje menor es* 4, y *sus vértices son*  $(-1,3)$  y  $(5,3)$ .

91) Hallar la ecuación de la elipse que satisface las condiciones siguientes: *Sus vértices están en*  $(8, -1)$  y  $(-4, -1)$ , y *la longitud del lado recto es* 3

92) Determinar los elementos de la siguiente elipse: (graficar)  $x^2 + 16y^2 - 10x + 64y + 73 = 0$ .

93) Determinar los elementos de la siguiente elipse: (graficar)  $4x^2 + y^2 - 16x - 6y - 11 = 0$ .

94) Determinar los elementos de la siguiente elipse: (graficar)  $4x^2 + 9y^2 - 8x - 36y + 4 = 0$ .

95) Determinar los elementos de la siguiente elipse: (graficar)  $5x^2 + 9y^2 + 30x - 36y + 36 = 0$ .

96) Determinar los elementos de la siguiente elipse: (graficar)  $16x^2 + 25y^2 + 64x + 50y - 311 = 0$



## HIPÉRBOLA:

- 97) Hallar la ecuación de la hipérbola que satisface las siguientes condiciones. *Centro en  $((1,3)$ , un vértice en  $(4,3)$  y un extremo del eje conjugado en  $(1,1)$ .*
- 98) Hallar la ecuación de la hipérbola que satisface las siguientes condiciones. *El eje transversal es paralelo al eje  $x$  y mide 12, el eje conjugado mide 10 y su centro está en  $(2, -1)$ .*
- 99) Hallar la ecuación de la hipérbola que satisface las siguientes condiciones; *Un vértice en  $(-4,0)$ , y focos en  $(-5,0)$  y  $(1,0)$ .*
- 100) Hallar la ecuación de la hipérbola que satisface las siguientes condiciones: *Sus vértices se hallan en  $(-6,8)$  y  $(2,8)$ , y su excentricidad es igual a  $3/2$ .*
- 101) Hallar la ecuación de la hipérbola que satisface las siguientes condiciones: *Un foco en  $(-1,2)$  y los extremos del eje conjugado en  $(3, -1)$  y  $(3,5)$*
- 102) Hallar la ecuación de la hipérbola que satisface las siguientes condiciones: *Sus vértices se localizan en  $(1,8)$  y  $(1, -2)$ , y la longitud de su eje conjugado es 8.*
- 103) Hallar la ecuación de la hipérbola que satisface las siguientes condiciones: *Longitud del eje conjugado igual a 6, y sus vértices en  $(-1,3)$  y  $(5,3)$ .*
- 104) Hallar la ecuación de la hipérbola que satisface las siguientes condiciones: *La longitud del lado recto es 5, y sus vértices están en  $(-2, -2)$  y  $(6, -2)$ .*
- 105) Hallar la ecuación de la hipérbola que satisface las siguientes condiciones.
- 106) *i) La longitud del eje conjugado es 6, y los focos están en  $(-5,12)$  y  $(-5,4)$ .*
- 107) Determinar los elementos de las siguientes Hipérbolas: (graficar).  $9x^2 - 4y^2 + 18x - 24y + 9 = 0$ .
- 108) Determinar los elementos de las siguientes Hipérbolas: (graficar).  $9x^2 - 16y^2 + 36x + 32y - 124 = 0$ .
- 109) Determinar los elementos de las siguientes Hipérbolas: (graficar).  $x^2 - y^2 - 6x - 4y + 4 = 0$ .
- 110) Determinar los elementos de las siguientes Hipérbolas: (graficar).  $x^2 - 4y^2 + 6x + 32y - 59 = 0$ .
- 111) Determinar los elementos de las siguientes Hipérbolas: (graficar).  $21x^2 - 4y^2 + 84x - 32y - 64 = 0$ .
- 112) Identificar la cónica que representa cada una de las ecuaciones siguientes  $4x^2 + y^2 + 24x - 10y + 45 = 0$ .
- 113) Identificar la cónica que representa cada una de las ecuaciones siguientes  $2x^2 - 5y^2 + 8x + 58 = 0$ .
- 114) Identificar la cónica que representa cada una de las ecuaciones siguientes  $2x^2 + 2y^2 - 10x + 6y - 15 = 0$ .



115) Identificar la cónica que representa cada una de las ecuaciones siguientes  $2y^2 - x + 3y + 4 = 0$ .

116) Identificar la cónica que representa cada una de las ecuaciones siguientes  $5x^2 - 4y^2 - 20x - 24y + 4 = 0$

## PROBLEMAS DE APLICACIÓN

### RECTA.

117) Un sistema de computación tiene 10 años de uso y su valor actual es de \$ 23 000.00, pero hace cuatro años su valor era de \$ 41 400.00 si el valor del sistema varía linealmente con el tiempo determina: a) La ecuación que expresa el valor del sistema en términos del tiempo transcurrido, b) ¿Cuál fue el valor del sistema cuando era nuevo?, c) ¿Cuál será el valor del sistema después de 12 años de uso?, d) ¿Después de cuántos años de uso el valor del sistema se deprecia totalmente? (gráfica).

118) Una casa que tiene cuatro años de uso tiene un valor de \$ 480 000, pero cuando era nueva su valor fue de \$ 300 000. Si el valor de la casa varía linealmente con el tiempo, hallar: a) La ecuación que expresa el valor de la casa en términos del tiempo, b) El valor de la casa durante 16 años, c) la variación del valor de la casa por año.

119) Una empresa tiene como gastos fijos \$ 35 000, gastos variables de \$ 300 por unidad y un precio de venta de \$ 650 por unidad. a) ¿Cuántas unidades se tienen que producir para no perder ni ganar?, b) ¿Cuáles serían sus ventas y sus costos a ese nivel de producción?

### PARÁBOLA.

121) Una compañía lleva a cabo una campaña de publicidad y encuentra que, al incrementar su publicidad, aumentan las ventas:  $P(x) = 130 + 80x - x^2$  es la relación de la utilidad  $P(x)$ , a la publicidad,  $x$ , en cientos de dólares. Hallar el valor máximo de la utilidad.

122) El departamento de ventas de la empresa "MARTI" ha determinado que, en promedio, se venden 600 raquetas de tenis mensualmente a un precio unitario de \$100.00. También ha determinado que por cada reducción de \$5.00 en el precio se venden 50 raquetas más al mes. ¿Con que precio se obtiene el ingreso mensual máximo?

123) Se estima que la producción semanal de una fábrica es:  $y = Q(x) = -50x^2 + 9000x$  unidades, donde  $x$  es el número de trabajadores empleados en la planta. a) ¿Cuál es la producción si se tienen 30 trabajadores?, b) ¿Cuántos trabajadores se necesitan para tener una producción máxima?

124) La suma de dos números es 8. Hallar estos números si la suma de sus cuadrados debe ser mínima.

125) El arco parabólico que se forma en el puente de concreto de la figura tiene un claro de 80 metros y una altura máxima de 10 metros. Hallar la altura del arco a 8 metros del centro.



## ELIPSE.

126) Un puente tiene forma de arco semiolímpico. Si su claro es de 30 metros y su altura máxima es de 12 metros, calcula su altura a 13 metros del centro.

127) La longitud del eje mayor de la elipse que describe el planeta mercurio alrededor del sol es de 115.8 millones de millas y su excentricidad es 0.2056. Calcula las distancias máximas y mínimas del sol a mercurio.

## Unidad III. COORDENADAS POLARES.

128) Transforma a coordenadas rectangulares el siguiente punto:  $A (6,45^\circ)$ .

129) Transforma a coordenadas rectangulares el siguiente punto:  $Q (5,60^\circ)$ .

130) Transforma a coordenadas rectangulares el siguiente punto:  $T (-3,120^\circ)$ .

131) Transforma a coordenadas polares el siguiente punto:  $A (5,12)$ .

132) Transforma a coordenadas polares el siguiente punto:  $D (-4, -7)$ .

133) Transforma a coordenadas polares los siguientes puntos:  $C (4, -3)$ .

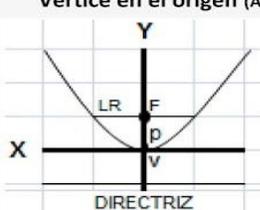
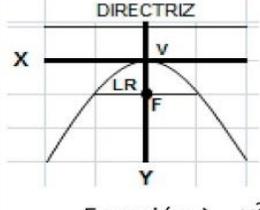
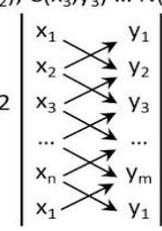
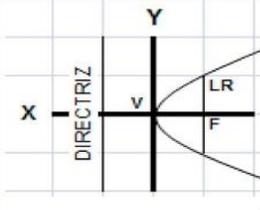
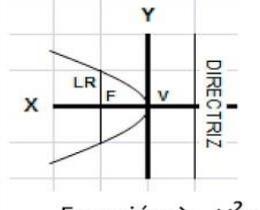
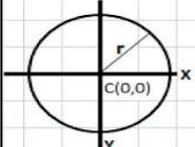
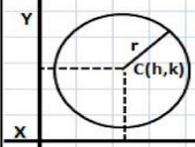
134) Transforma la ecuación dada a su forma polar:  $x^2 - y^2 = 16$ .

135) Determina la ecuación rectangular del lugar geométrico, cuya ecuación es:

$$r = \frac{1}{1 - 2 \operatorname{sen} \theta}$$



## FORMULARIO:

<p><b>Distancia entre dos puntos.</b></p> <p><math>A(x_1, y_1) \quad B(x_2, y_2)</math></p> $d_{AB} = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$	<p><b>Ecuación de la recta con ordenada al origen y tiene una pendiente dada.</b></p> $y = mx + b$	<p><b>Forma general de la ecuación de la circunferencia.</b></p> $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ <p>Centro <math>\left(\frac{-D}{2}, \frac{-E}{2}\right)</math></p> $\text{Radio} = \frac{\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}}{2}$
<p><b>Punto medio de un segmento.</b></p> <p><math>A(x_1, y_1) \quad B(x_2, y_2)</math></p> $PM_{AB} \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$	<p><b>Ecuación de la recta que pasa por dos puntos.</b></p> $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$	<p style="text-align: center;"><b>PARÁBOLA</b></p> <p><b>Vértice en el origen (Abre hacia arriba)</b></p>  <p style="text-align: right;"> <math>V(0, 0)</math>  <math>F(0, p)</math>            Directriz:  <math>y = -p</math>  <math>LR = 4p</math> </p> <p style="text-align: center;">Ecuación <math>\rightarrow x^2 = 4py</math></p>
<p><b>División de un segmento en una razón dada</b></p> <p><math>A(x_1, y_1) \quad B(x_2, y_2)</math></p> $x = \frac{rx_2 + x_1}{1 + r} \quad y = \frac{ry_2 + y_1}{1 + r}$	<p><b>Ecuación simétrica o canónica de la recta. (a,0) (0,b)</b></p> $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$	<p><b>Vértice en el origen (Abre hacia abajo)</b></p>  <p style="text-align: right;"> <math>V(0, 0)</math>  <math>F(0, -p)</math>            Directriz:  <math>y = p</math>  <math>LR = 4p</math> </p> <p style="text-align: center;">Ecuación <math>\rightarrow x^2 = -4py</math></p>
<p><b>Area y perímetro de polígonos. (Coordenadas de los vértices)</b></p> <p><math>A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3) \dots N(x_n, y_n)</math></p> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 10px;">Area = 1/2</div>  </div> <p>Perímetro = <math>d_{AB} + d_{BC} + \dots + d_{NA}</math></p>	<p><b>Ecuación de la línea recta en su forma general.</b></p> $ax + by + c = 0$	<p><b>Vértice en el origen (Abre a la derecha)</b></p>  <p style="text-align: right;"> <math>V(0, 0)</math>  <math>F(p, 0)</math>            Directriz:  <math>x = -p</math>  <math>LR = 4p</math> </p> <p style="text-align: center;">Ecuación <math>\rightarrow y^2 = 4px</math></p>
<p><b>Coordenadas polares</b></p> <p><math>P(x, y) \rightarrow P(r, \theta)</math></p> $r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \theta = \text{sen}^{-1} \frac{y}{r}$ $x = r \cos \theta \quad y = r \text{sen} \theta$	<p><b>Ecuación de la línea recta en su forma normal.</b></p> $x \cos \omega + y \text{sen} \omega - p = 0$	<p><b>Vértice en el origen (Abre a la izquierda)</b></p>  <p style="text-align: right;"> <math>V(0, 0)</math>  <math>F(-p, 0)</math>            Directriz:  <math>x = p</math>  <math>LR = 4p</math> </p> <p style="text-align: center;">Ecuación <math>\rightarrow y^2 = -4px</math></p>
<p><b>Pendiente(m) y ángulo de inclinación de una línea.</b></p> <p><math>A(x_1, y_1) \quad B(x_2, y_2)</math></p> $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \theta = \text{tan}^{-1}(m)$ <p>Si la pendiente (<b>m</b>) es negativa, al ángulo se le agregan 180°.</p>	<p><b>Si dos rectas son paralelas, sus pendientes son iguales</b></p> $m_1 = m_2$	<p style="text-align: center;"><b>CIRCUNFERENCIA</b></p> <div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 10px;"> <p>Ecuación de la circunferencia con centro en el origen <math>C(0,0)</math></p> <math display="block">x^2 + y^2 = r^2</math> </div> </div>
<p><b>Ecuación de la línea que pasa por un punto y tiene una pendiente dada.</b></p> <p><math>P(x_1, y_1) \quad y - y_1 = m(x - x_1)</math></p>	<p><b>Rectas perpendiculares</b></p> $m_1 m_2 = -1$	<div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 10px;"> <p>Ecuación de la circunferencia con centro fuera del origen <math>C(h,k)</math></p> <math display="block">(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2</math> </div> </div>
<p><b>Ángulo entre dos rectas</b></p> $\theta = \text{tan}^{-1} \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2}$	<p><b>Distancia de un punto a una recta</b></p> $d = \frac{ ax + by + c }{\sqrt{a^2 + b^2}}$	<p style="text-align: center;">3</p>



D. Bolívar

## FORMULARIO ELIPSE

1) Elipse Horizontal con C(0,0)	2) Elipse Horizontal con C(h,k)	3) Elipse Vertical con C(0,0)	4) Elipse Vertical con C(h,k)
<p><b>Ecuación Canónica:</b></p> $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ <p><b>Vértices:</b>  <math>A_2 = (-a, 0)</math> ; <math>A_1 = (a, 0)</math>  <math>B_2 = (0, -b)</math> ; <math>B_1 = (0, b)</math></p> <p><b>Focos:</b>  <math>F_2 = (-c, 0)</math> ; <math>F_1 = (c, 0)</math></p> <p><b>Directrices:</b> <math>D_1</math> y <math>D_2</math></p> $x = \pm \frac{a}{c} = \pm \frac{a^2}{c}$ <p><b>Eje mayor:</b> <math>Y = 0</math>  <b>Eje menor:</b> <math>X = 0</math></p>	<p><b>Ecuación Canónica:</b></p> $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ <p><b>Vértices:</b>  <math>A_2 = (-a+h, k)</math> ; <math>A_1 = (a+h, k)</math>  <math>B_2 = (h, -b+k)</math> ; <math>B_1 = (h, b+k)</math></p> <p><b>Focos:</b>  <math>F_2 = (-c+h, k)</math> ; <math>F_1 = (c+h, k)</math></p> <p><b>Directrices:</b> <math>D_1</math> y <math>D_2</math></p> $x = \pm \frac{a}{c} + h = \pm \frac{a^2}{c} + h$ <p><b>Eje mayor:</b> <math>Y = k</math>  <b>Eje menor:</b> <math>X = h</math></p>	<p><b>Ecuación Canónica:</b></p> $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ <p><b>Vértices:</b>  <math>A_2 = (0, -a)</math> ; <math>A_1 = (0, a)</math>  <math>B_2 = (-b, 0)</math> ; <math>B_1 = (b, 0)</math></p> <p><b>Focos:</b>  <math>F_2 = (0, -c)</math> ; <math>F_1 = (0, c)</math></p> <p><b>Directrices:</b> <math>D_1</math> y <math>D_2</math></p> $y = \pm \frac{a}{c} = \pm \frac{a^2}{c}$ <p><b>Eje mayor:</b> <math>X = 0</math>  <b>Eje menor:</b> <math>Y = 0</math></p>	<p><b>Ecuación Canónica:</b></p> $\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$ <p><b>Vértices:</b>  <math>A_2 = (h, -a+k)</math> ; <math>A_1 = (h, a+k)</math>  <math>B_2 = (-b+h, k)</math> ; <math>B_1 = (b+h, k)</math></p> <p><b>Focos:</b>  <math>F_2 = (h, -c+k)</math> ; <math>F_1 = (h, c+k)</math></p> <p><b>Directrices:</b> <math>D_1</math> y <math>D_2</math></p> $y = \pm \frac{a}{c} + k = \pm \frac{a^2}{c} + k$ <p><b>Eje mayor:</b> <math>X = h</math>  <b>Eje menor:</b> <math>Y = k</math></p>

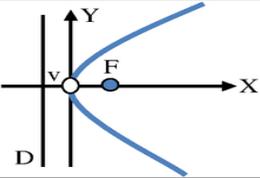
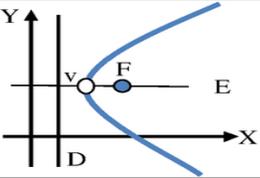
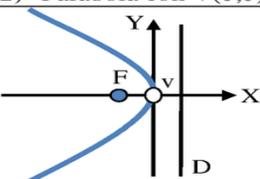
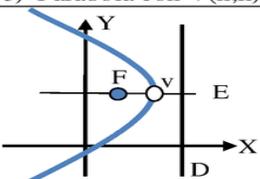
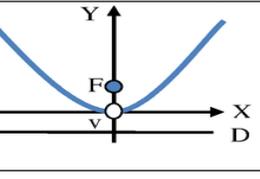
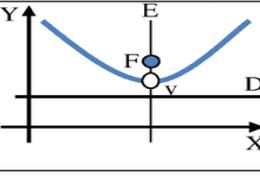
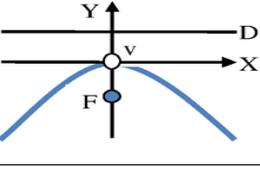
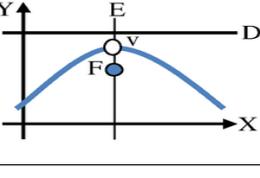
Pitágoras:  $a^2 = b^2 + c^2$  ; Excentricidad:  $0 < e = \frac{c}{a} < 1$  ; Lado recto:  $LR = \frac{2b^2}{a}$  ; **Eje mayor** =  $2a$  ; **Eje menor** =  $2b$  ; **Distancia focal** =  $2c$

Observación: Para efectos de este instrumento se denomina Elipse Horizontal aquella cuyo eje mayor es horizontal.



D. Bolívar

## FORMULARIO PARÁBOLA

<p>1) Parábola con <math>V(0,0)</math> ; abre a la derecha</p>  <p>1) Ecuación: <math>y^2 = 4px</math></p> <p>2) Foco: <math>F(p, 0)</math></p> <p>3) Directriz <math>D: x = -p</math></p> <p>4) Eje: <math>Y = 0</math></p>	<p>5) Parábola con <math>V(h,k)</math> ; abre a la derecha</p>  <p>1) Ecuación: <math>(y-k)^2 = 4p(x-h)</math></p> <p>2) Foco: <math>F(p+h, k)</math></p> <p>3) Directriz <math>D: x = -p+h</math></p> <p>4) Eje: <math>Y = k</math></p>
<p>2) Parábola con <math>V(0,0)</math> ; abre a la izquierda</p>  <p>1) Ecuación: <math>y^2 = -4px</math></p> <p>2) Foco: <math>F(-p, 0)</math></p> <p>3) Directriz <math>D: x = p</math></p> <p>4) Eje: <math>Y = 0</math></p>	<p>6) Parábola con <math>V(h,k)</math> ; abre a la izquierda</p>  <p>1) Ecuación: <math>(y-k)^2 = -4p(x-h)</math></p> <p>2) Foco: <math>F(-p+h, k)</math></p> <p>3) Directriz <math>D: x = p+h</math></p> <p>4) Eje: <math>Y = k</math></p>
<p>3) Parábola con <math>V(0,0)</math> ; abre hacia arriba</p>  <p>1) Ecuación: <math>x^2 = 4py</math></p> <p>2) Foco: <math>F(0, p)</math></p> <p>3) Directriz <math>D: y = -p</math></p> <p>4) Eje: <math>X = 0</math></p>	<p>7) Parábola con <math>V(h,k)</math> ; abre hacia arriba</p>  <p>1) Ecuación: <math>(x-h)^2 = 4p(y-k)</math></p> <p>2) Foco: <math>F(h, p+k)</math></p> <p>3) Directriz <math>D: y = -p+k</math></p> <p>4) Eje: <math>X = h</math></p>
<p>4) Parábola con <math>V(0,0)</math> ; abre hacia abajo</p>  <p>1) Ecuación: <math>x^2 = -4py</math></p> <p>2) Foco: <math>F(0, -p)</math></p> <p>3) Directriz <math>D: y = p</math></p> <p>4) Eje: <math>X = 0</math></p>	<p>8) Parábola con <math>V(h,k)</math> ; abre hacia abajo</p>  <p>1) Ecuación: <math>(x-h)^2 = -4p(y-k)</math></p> <p>2) Foco: <math>F(h, -p+k)</math></p> <p>3) Directriz <math>D: y = p+k</math></p> <p>4) Eje: <math>X = h</math></p>

Observaciones:  $v$  = vértice ;  $F$  = foco ;  $D$  = directriz ;  $X$  = eje de las abscisas ;  $Y$  = eje de las ordenadas

- El eje ( $E$ ) de éstas cónicas es paralelo a alguno de los ejes coordenados.
- El lado recto en general, se calcula como  $LR = |4p|$
- La excentricidad de la Parábola es igual a 1, esto es:  $e = 1$
- Para los casos 5), 6), 7) y 8), en  $V(h, k)$ , no debe ocurrir que "h" y "k" sean iguales a cero.
- Para efectos de este material las fórmulas presentan explícitamente el signo que determina la orientación de la gráfica, por lo que el valor de "p" a utilizar debe ser positivo. El fin de este material es ABSOLUTAMENTE DIDACTICO. Es responsabilidad del estudiante aprender por deducción todos y cada uno de los elementos de cada parábola, en sus respectivos casos.



## FORMULARIO HIPERBOLA

1) Hipérbola Horizontal con C(0,0)	2) Hipérbola Horizontal con C(h,k)	3) Hipérbola Vertical con C(0,0)	4) Hipérbola Vertical con C(h,k)
<p><b>Ecuación Canónica:</b></p> $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ <p><b>Vértices:</b>  <math>A_2 = (-a, 0)</math> ; <math>A_1 = (a, 0)</math>  <math>B_2 = (0, -b)</math> ; <math>B_1 = (0, b)</math></p> <p><b>Focos:</b>  <math>F_2 = (-c, 0)</math> ; <math>F_1 = (c, 0)</math></p> <p><b>Directrices:</b> <math>D_1</math> y <math>D_2</math></p> $x = \pm \frac{a}{c} = \pm \frac{a^2}{c}$ <p><b>Eje Principal:</b> <math>Y = 0</math></p> <p><b>Asintotas:</b> <math>y = \pm \frac{b}{a}x</math></p>	<p><b>Ecuación Canónica:</b></p> $\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ <p><b>Vértices:</b>  <math>A_2 = (-a+h, k)</math> ; <math>A_1 = (a+h, k)</math>  <math>B_2 = (h, -b+k)</math> ; <math>B_1 = (h, b+k)</math></p> <p><b>Focos:</b>  <math>F_2 = (-c+h, k)</math> ; <math>F_1 = (c+h, k)</math></p> <p><b>Directrices:</b> <math>D_1</math> y <math>D_2</math></p> $x = \pm \frac{a}{c} + h = \pm \frac{a^2}{c} + h$ <p><b>Eje Principal:</b> <math>Y = k</math></p> <p><b>Asintotas:</b> <math>y - k = \pm \frac{b}{a}(x - h)</math></p>	<p><b>Ecuación Canónica:</b></p> $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$ <p><b>Vértices:</b>  <math>A_2 = (0, -a)</math> ; <math>A_1 = (0, a)</math>  <math>B_2 = (-b, 0)</math> ; <math>B_1 = (b, 0)</math></p> <p><b>Focos:</b>  <math>F_2 = (0, -c)</math> ; <math>F_1 = (0, c)</math></p> <p><b>Directrices:</b> <math>D_1</math> y <math>D_2</math></p> $y = \pm \frac{a}{c} = \pm \frac{a^2}{c}$ <p><b>Eje Principal:</b> <math>X = 0</math></p> <p><b>Asintotas:</b> <math>y = \pm \frac{a}{b}x</math></p>	<p><b>Ecuación Canónica:</b></p> $\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$ <p><b>Vértices:</b>  <math>A_2 = (h, -a+k)</math> ; <math>A_1 = (h, a+k)</math>  <math>B_2 = (-b+h, k)</math> ; <math>B_1 = (b+h, k)</math></p> <p><b>Focos:</b>  <math>F_2 = (h, -c+k)</math> ; <math>F_1 = (h, c+k)</math></p> <p><b>Directrices:</b> <math>D_1</math> y <math>D_2</math></p> $y = \pm \frac{a}{c} + k = \pm \frac{a^2}{c} + k$ <p><b>Eje Principal:</b> <math>X = h</math></p> <p><b>Asintotas:</b> <math>y - k = \pm \frac{a}{b}(x - h)</math></p>

Pitágoras:  $c^2 = a^2 + b^2$ ; Excentricidad:  $e = \frac{c}{a} > 1$ ; Lado recto:  $LR = \frac{2b^2}{a}$ ; Eje Transverso =  $2a$ ; Eje Conjugado =  $2b$ ; Distancia focal =  $2c$

Observación: Para efectos de este instrumento se llama Hipérbola Horizontal, aquella cuyo eje principal es horizontal.  $C(h,k) \neq C(0,0)$



Registro semiótico	Representación semiótica	Cónica			
		Circunferencia	Elipse	Parábola	Hipérbola
Lenguaje común	Definición como lugar geométrico.	Conjunto de puntos en el plano cuya distancia a un punto fijo llamado centro, es constante.	Lugar geométrico de los puntos del plano tales que la suma de sus distancias a dos puntos fijos (focos) es constante.	Lugar de los puntos del plano que equidistan de un punto fijo llamado foco y una recta fija llamada directriz.	Lugar geométrico de los puntos del plano tal que la diferencia de sus distancias a dos puntos fijos (focos) es constante.
	Definición como sección cónica.	Sección perpendicular al eje de una superficie cónica.	Curva cerrada con dos ejes de simetría, que resulta de cortar un cono por un plano oblicuo al eje de simetría.	Sección que resulta de cortar un cono con un cono recto, donde el plano es paralelo a la generatriz.	Curva abierta de dos partes que resulta de cortar un cono recto por un plano oblicuo al eje de simetría.
Lenguaje algebraico	Ecuación canónica con centro en $(h, k)$ .	$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = r^2$	$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$	$\frac{(y-k)^2}{4p} = x-h$	$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$
			$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$	$\frac{(x-h)^2}{4p} = y-k$	$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$
	Ecuación general con eje focal paralelo al eje $x$ y al eje $y$ . $g = 0$	$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$	$Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$	$y^2 + Dx + Ey + F = 0$ $x^2 + Dx + Ey + F = 0$	$Ax^2 - Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ $Cy^2 - Ax^2 + Dx + Ey + F = 0$
Esquema gráfico	Gráfica como sección cónica.				
	Gráfica en el plano cartesiano.				



## 8.- Presidente de Academia.

Docente	
Aurelio Martín Javier Barrón y Espinosa	Presidente de Academia