INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
CENTRO DE ESTUDIOS CIENTÍFICOS Y TECNOLÓGICOS No. 13
"RICARDO FLORES MAGÓN"
SUBDIRECCIÓN ACADÉMICA

G U Í A

De estudio para Presentar:

EXAMEN ETS de la

UNIDAD DE APRENDIZAJE

CÀLCULO INTEGRAL

Semestre 2022-2023/2

TURNO MATUTINO

Fecha de elaboración: 03 DE MAYO 2023
Presidente de Academia: CONCEPCIÒN LOZADA NAVARRO

Área: **BASICA**	**Nombre de la Unidad de Aprendizaje:** **CÀLCULO INTEGRAL**	**Nivel/semestre:** **QUINTO**

LA GUÍA:

- La presente guìa **No tiene valor en la calificación final; es solo un instrumento de estudio**
- No se debe entregar
- Debes resolverla apoyándote en las fuentes de información sugeridas.

Procedimiento para la revisión del ETS.

El alumno deberá asistir al área correspondiente para solicitar el formato de revisión de examen, en dónde el jefe de área firmará e informará al profesor correspondiente para realizar dicha revisión.
El profesor tiene 72 hrs. a partir de la aplicación del examen para subir calificaciones de tal manera que el alumno puede solicitar la revisión a partir de que transcurra ese tiempo.

Presentación:

Esta guía fue elaborada por los profesores de la Academia en un esfuerzo por ayudarte a que logres alcanzar las competencias que se requieren para aprobar la unidad de aprendizaje. Es importante que consideres el tiempo que le dedicarás a resolverla, ya que, entre más tiempo le dediques, mejores serán los resultados.

Propósito

El **propósito** es preparar al estudiante para que desarrolle competencias en las que el proceso metodológico debe reflejar la aplicación del teorema fundamental del cálculo integral, el valor de la constante de integración y los métodos de integración; donde los resultados justifiquen la solución del problema relacionado con los ámbitos académico, social y global, según se indica en cada una de las unidades, atendiendo a las tres ramas del conocimiento.

Justificación

La resolución de problemas es la que permite generar e integrar el conocimiento, favorece a través de la identificación de los datos del problema, su manejo y la obtención de resultados, lograr una mejor asimilación de estos. Es importante que, a lo largo de la actividad, los alumnos desarrollen su capacidad para comunicar su pensamiento y se habitúen gradualmente a los diversos medios de expresión matemática: lenguajes natural, simbólico y gráfico.

Estructura y contenidos

Unidad 1: Integral indefinida

1.1 Constante de integración
1.2 Integral indefinida por formulas
1.3 Integral por cambio de variable
1.4 Integral de potencias trigonométricas

Unidad 2: Métodos de integración
1.1 Integral por partes
1.2 Integración por fracciones parciales
1.3 Integración por sustitución trigonométrica

Unidad 3: Integral definida
1.1 Teorema fundamental del cálculo
1.2 Área bajo la curva
1.3 Área entre curvas
1.4 Problemas de aplicación

Evaluación
LA GUÍA NO TIENE VALOR PARA EL EXAMEN A TITULO DE SUFICIENCIA

Materiales para la elaboración de la guía

- Hojas de reciclado o blancas (las debes usar por ambos lados)
- Calculadora cientifica, làpiz, pluma, goma
- Fuentes de información sugeridas al final de la guía

Actividades de estudio

- Designa un lugar fijo, ventilado y con luz.
- Establece un horario de estudio
- Para resolver la guía, transcriba el enunciado del problema con tinta, resuelve el problema con lápiz enmarcado el resultado con rojo.

Bibliografía Básica

- Purcell E. J., Cálculo diferencial e Integral, Ed. Prentice Hall 2008
- Fuenlabrada S, Cálculo Integral,
- Granville W. A.,, Cálculo diferencial e Integral, Ed. Limusa 2004
  Leithold Louis, Cálculo diferencial e integral, Oxford 2007

NTEGRANTES DE LA ACADEMIA

- Christopher Pérez Ramírez
- Jorge González Yedra
- María del Carmen Sevilla Alatorre
- Concepción Lozada Navarro

UNIDAD 1: INTEGRAL INDEFINIDA

I. Obtenga la anti-derivada en los siguientes ejercicios, los resultados no deben contener exponentes negativos y/o fraccionarios.

1. $\int \left(3x - \sqrt[3]{x} + \frac{4}{x}\right) dx$
2. $\int \left(\frac{7}{x^5} + 2x^{3/4} + 5\right) dx$
3. $\int \left(\frac{15}{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} - 4\right) dx$
4. $\int (2y^{-5})(y + 5y^3)\, dy$
5. $\int \frac{4x^3 - x^2 + x}{x^2} dx$
6. $\int (5a^3 - 2a)^2 da$
7. $\int \left(ap^2 + a\sqrt[5]{p} + \frac{2}{5p^5}\right) dp$
8. $\int \frac{q+3}{q+1} dq$

II. Resuelva las siguientes integrales aplicando el cambio de variable

1. $\int x\, e^{x^2+3}\, dx$
2. $\int 9^{y+1} dy$
3. $\int \left(\sqrt{e^{8x}} + 5^{-3x}\right) dx$
4. $\int \frac{e^y + 6}{e^y} dy$
5. $\int \sqrt{2y - 1}\, dy$
6. $\int \frac{2y+3}{(y^2 + 3y + 5)^2} dy$
7. $\int (y^2 - 2)\sqrt{y^3 - 6y + 5}\, dy$
8. $\int e^{2x}(4 - e^{2x})^{3/2}\, dx$
9. $\int cos^3 5x\, sen5x\, dx$
10. $\int \left(sen3x + tan\frac{x}{5}\right) dx$
11. $\int (cscy + 5)^2 dy$
12. $\int \frac{sen4t - 12}{cos4t} dt$
13. $\int sec\frac{x}{3}\left(sec\frac{x}{3} - 2tan\frac{x}{3}\right) dx$
14. $\int (3x + 2)^{10} dx$
15. $\int \frac{dx}{5x - 9}$
16. $\int \frac{csc^2 2x}{5 + \cot 2x} dx$
17. $\int \frac{4y^2 + 1}{2y - 1} dy$
18. $\int sen^3 x cos^4 x\, dx$

UNIDAD 2: MÉTODOS DE INTEGRACIÓN

I. Aplica el método de integración por partes para obtener la anti-derivada en los siguientes ejercicios

1. $\int 7x\, cos\frac{x}{2} dx$
2. $\int y^3 Ln4y\ \ dy$
3. $\int 2x\, sec^2 3x\, dx$
4. $\int y\sqrt{1 - y}\, dy$
5. $\int x^2 sen\frac{x}{5} dx$
6. $\int \frac{4y^2}{e^{5y}} dy$

7. $\int (3x^2 - 2)\, sen\ 4x dx$

8. $\int \cos(lnx)dx$

9. $\int e^{5x} sen4x\ dx$

10. $\int \frac{\cos 2x}{e^x} dx$

II. **Aplica el método de integración por fracciones parciales para obtener la anti-derivada**

1. $\int \frac{5x+3}{x^2+4x+4} dx$
2. $\int \frac{4x-1}{x^2-x-2} dx$
3. $\int \frac{1}{16y-y^3} dy$
4. $\int \frac{5x^2+20x+6}{x^3+2x^2+x} dx$
5. $\int \frac{x^2-5x+9}{x^2-5x+6} dx$
6. $\int \frac{x^3-1}{4x^3-x} dx$
7. $\int \frac{5y^3+2}{y^3-5y^2+4} dy$
8. $\int \frac{x^4-2x^3+3x^2-x+3}{x^3-2x^2+3x} dx$

III. **Obtenga la anti derivada aplica el método de integración por sustitución trigonométrica**

1. $\int \frac{1}{y^2\sqrt{4-y^2}} dy$
2. $\int \frac{dx}{\sqrt{9+x^2}}$
3. $\int \frac{x^2}{\sqrt{16-x^2}} dx$
4. $\int \frac{\sqrt{y^2-25}}{y} dy$
5. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+4}}$
6. $\int \frac{y}{\sqrt{49-y^2}} dy$

UNIDAD 3: INTEGRAL DEFINIDA

I. **Aplicando el teorema fundamental del cálculo evalúa las siguientes integrales**

1. $\int_0^1 (2x - 2x^2)dx$
2. $\int_2^6 \left(\frac{3}{y} + 2\right) dy$
3. $\int_{-2}^{2} xe^{2x} dx$
4. $\int_{-5}^{-1} (5x-2)\,(x+12)dx$
5. $\int_2^5 lnx\ dx$
6. $\int_0^4 (e^{-2y} + 5)dy$
7. $\int_2^6 \frac{1}{\sqrt{2x+3}} dx$
8. $\int_0^{\pi/2} (sen3x + cos2x - 3)dx$
9. $\int_{-2}^{5} \frac{y^3+4y^2-3}{y^2} dy$
10. $\int_{-1}^{3} xe^{2x}\ dx$

II. **Determina el área bajo la curva o entre curvas según sea el caso, no olvides graficar y sombrear el área a calcular.**

1. $f(x) = x^2 - 5x; \quad g(x) = x - 5$
2. $f(x) = 2x - \frac{3}{2}; eje\ x;\ el\ intervalo\ [1,5]$
3. $x = y^2 + 2y$-3; eje y; las rectas y-1=0; y+3=0
4. $y_1 = x; \ \ y_2 = x^3 + 2$
5. $y = x^3 - 9x^2 + 24x - 7; el\ ej\ x\ y\ las\ rectas\ x = 1\ y\ x = 5$
6. $f(x) = x^2 - 2; g(x) = x + 4$
7. $y = x + 3;\ en\ el\ eje\ x\ ; en\ el\ itervalo\ [0,4]$
8. $y = x - 1; x = 3 - y^2$
9. $x = -y^2 + y + 12; en\ el\ eje\ y; y\ las\ rectas\ y = 0; y - 4 = 0$
10. $y^2 - 2x = 0;\ y^2 + 4x - 12 = 0$

III. **Aplica la integral definida y el teorema fundamental del cálculo para dar solución a los siguientes problemas**

1. Calcula el valor de la constante de integración cuya diferencial es $dy = (x^2 + x - 2)dx$, si se sabe que pasa por el punto P(1,6).
2. Un objeto se mueve de forma que su velocidad después de t minutos es de $5 + 2t + 3t^2$ metros por minuto. ¿Qué distancia recorrerá el objeto durante dos segundos.
3. La función del costo marginal de un fabricante es $R(q) = \frac{50}{\sqrt{q}}$, .Si R está en dólares, calcule el cambio en el ingreso total si la producción aumenta de 100 a 400
4. El costo marginal de un fabricante es de $C'(x) = 0.4\,x + 3$, Si la producción actual es de x=70 unidades a la semana, ¿Cuánto más costará incrementar la producción a 120 unidades por semana?
5. Se espera que la compra de una nueva maquinaría genere ahorros en los costos de operación. Cuando la maquinaría tenga x años de uso la razón de ahorro sea f(x) pesos al año, donde f(x)= 10000+ 56000x. ¿Cuánto se ahorra en costos de operación durante los primeros seis años?
6. El ingreso marginal de una empresa está determinado por I'(x)=12.5+0.02x. Determinar el ingreso total, cuando los niveles de ventas se amplían de 200 a 300 unidades.
7. Una tienda departamental realiza su gran venta anual donde toda su mercancía tiene precios rebajados, las rebajas se darán por departamentos, es decir, la primer semana será en el departamento de damas, la siguiente en el de caballeros y así sucesivamente; se ha calculado que durante este periodo los ingresos se generan a razón de $I'(x) = 5000x - 20x^2$ pesos por día y los costos se dan a razón de $C'(x) = 2000x + 10x^2$ por día, si x representa el número de días, determina:
   a. ¿Cuántos días deberá durar la gran venta anual
   b. ¿Cuál es la utilidad total obtenida como resultado de dicho evento?

c. Indica la utilidad que se genera gráficamente.

8. Una empresa está considerando incrementar su personal de publicidad. El costo marginal de la adición de este personal está dado por $C'(x) = \frac{1}{2} Ln\, x$, en donde C(x) está en unidades que representan 5000 unidades monetarias y x es el número de personas agregadas. Si se agregan cinco personas, ¿cuál es el costo total si el costo fijo es cero?

RESPUESTAS EJERCICIOS IMPARES

1. **Obtenga la anti-derivada en los siguientes ejercicios, los resultados no deben contener exponentes negativos y/o fraccionarios.**

1. $\frac{3x^2}{2} - \frac{3\sqrt{x^4}}{4} + 4Ln|x| + C$
3. $15Ln|x| + 4\sqrt{x} - 4x + C$
5. $2x^2 - x + Ln|x| + C$
7. $\frac{ap^3}{3} + \frac{5a}{6}\sqrt[5]{p^6} - \frac{1}{10p^4} + C$

II. Resuelva las siguientes integrales aplicando el cambio de variable

1. $\frac{1}{2}e^{x^2} + C$
3. $\frac{e^{4x}}{4} - \frac{1}{3\,[5^{3x}(ln5)]} + C$
5. $\frac{1}{3}\sqrt{(2y-1)^3} + C$
7. $\frac{2}{9}\sqrt{(y^3 - 6y + 5)^3}$
9. $-\frac{cos^4 5x}{20} + C$
11. $-cot\, y + 10Ln|csc\, y - cot\, y| + 25y + C$
13. $3tan\, \frac{x}{3} - 6sec\, \frac{x}{3} + C$
15. $\frac{ln|5x-9|}{5} + C$
17. $y^2 + 2y + ln|2y-1| + C$

Integración por partes

1. $14x\ sen\frac{x}{2}+28\ cos\frac{x}{2}+C$

3. $\dfrac{2x\tan 3x}{3}+\dfrac{2\ln|\cos 3x|}{9}+C$

5. $-5x^2 cos\dfrac{x}{5}+10x\ sen\dfrac{x}{3}+60cos\dfrac{x}{3}+C$

7. $-(3x^2-2)\dfrac{\cos 4x}{4}+\dfrac{3}{8}x\ sen\ 4x+\dfrac{3}{32}\cos 4x+C$

9. $\dfrac{41}{25}\left[\dfrac{e^{5x}sen\ 4x}{5}-\dfrac{4e^{5x}cos4x}{25}\right]+C$

Integral por fracciones parciales

1. $\dfrac{7}{x+2}+5ln|x+2|+C$

3. $\dfrac{1}{16}\ ln|x|+\dfrac{ln|4-y|}{80}-\dfrac{ln|4+y|}{80}+C$

5. $x-ln|x-3|+ln|x-2|+C$

7. $-5ln|y|+\frac{95}{3}ln|y-4|-\frac{5}{3}ln|y-1|+C$

Integración por sustitución trigonométrica

1. $-\dfrac{\sqrt{4-y^2}}{4y}+C$

3. $-4\sqrt{16-x^2}+C$

5. $ln\left|\dfrac{\sqrt{x^2+4}}{4}+\dfrac{x}{4}\right|+C$

UNIDAD 3:

Aplica el teorema fundamental del cálculo

1. $\frac{1}{3}$	3. 447534.	5. 3.66	7. 1.227	9. 40.6

Determina el área

1) 32/3 u ^{2}	3) 18 u ^{2}	5) 44 u ^{2}	7) 20 u ^{2}	9) 56/3 u ^{2}

Problemas de aplicación

1) C=43/6
3) costo total 1000 dólares
5) El ahorro será de 1 068 000 pesos
7) 100 días de promoción con una utilidad de 5 000 000 de pesos