



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL  
SECRETARÍA ACADÉMICA  
DIRECCIÓN DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR  
CENTRO DE ESTUDIOS CIENTÍFICOS Y TECNOLÓGICOS No. 13  
"RICARDO FLORES MAGÓN"



# GUÍA

de estudio para  
presentar ETS

UNIDAD DE APRENDIZAJE  
Geometría y Trigonometría

**Semestre: 2**  
**Ciclo escolar: 2023/A**



<b>Área:</b> Básica	<b>Nombre de la Unidad de Aprendizaje:</b> Geometría y Trigonometría	<b>Nivel/semestre:</b> Segundo
------------------------	---	-----------------------------------

### 1.- Integrantes de Academia:

No	Docente
1.	Yolanda Rodríguez Cruz
2.	Carlos Alberto Archila Águila
3.	Antonio Rodríguez Castillo
4.	Jorge Méndez Cruz
5.	Ariel Sánchez Rodríguez
6.	José Alberto Vergés Hernández
7.	Jorge Roberto Camacho Montes
8.	Juan Beltrán Corona
9.	Emilio Pablo Escamilla García
10.	Gabino Ramírez Sandoval
11.	Miguel Ángel Cruz Rodríguez
12.	Liliana Castillejos Domínguez
13.	Jesús Lino Velázquez Arteaga



## 2.- Introducción

A través de la guía se pretende que el alumno demuestre tener el razonamiento lógico - matemático, el análisis, la reflexión que le permitan relacionar los conocimientos adquiridos en la solución de problemas y ejercicios con la finalidad de validar resultados mediante demostraciones formales, referente a funciones y ecuaciones exponenciales y logarítmicas, geometría euclidiana y trigonometría.

La presente guía no tiene un valor en el examen, elaborarla a conciencia te ayudará a prepararte y enfrentar de manera satisfactoria tu examen.

Debe ser realizada a MANO en hojas blancas.

## 3.- Objetivos.

Es que el alumno desarrolle sus habilidades del pensamiento lógico- matemático, a través de una actitud crítica y creativa, en la solución de ejercicios y problemas de su entorno académico y social, referentes a funciones exponenciales y logarítmicas, geometría euclidiana y trigonometría.

## 4.- Justificación.

El enfoque metodológico de la guía se fundamenta en el aprendizaje, a través de la planeación y organización de ejercicios y problemas pertinentes que conduzcan al logro de un aprendizaje significativo, para que el alumno desarrolle y aplique los conocimientos adquiridos en la unidad de aprendizaje.

## 5.- Estructura y contenidos

<b>Estructura y contenidos</b>	<b>6.- Materiales para la elaboración de la guía</b>
<p><b>Unidad I.-</b> Emplea las propiedades de las funciones exponenciales y logarítmicas en situaciones teóricas y reales de su entorno personal, social y/o global.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Hojas blancas engrapadas, foliadas</li> </ul>



<p><b>RAP1:-</b> Identifica las funciones exponenciales y logarítmicas en sus diferentes expresiones: verbal, simbólicos y gráfico.</p> <p><b>RAP2:-</b> Aplica los principios de las propiedades fundamentales de funciones exponenciales y logarítmicas en la solución de ecuaciones.</p> <p><b>RAP3:-</b> Utiliza las funciones y ecuaciones exponenciales y logarítmicas en la solución de problemas de su entorno personal, social y/o global.</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Toda la guía se elabora a mano</li><li>• Enunciados de los ejercicios a tinta negra y resultados subrayados con tinta roja</li><li>• Procedimientos a lápiz.</li></ul>
<p><b>Unidad II.-</b> Utiliza el método axiomático deductivo-inductivo para establecer un lenguaje formal.</p> <p><b>RAP1:-</b> Identifica los conceptos básicos de la geometría euclidiana y el método axiomático deductivo para establecer un lenguaje formal.</p> <p><b>RAP2:-</b> Analiza comparativamente las diferentes figuras geométricas y sus propiedades en su entorno académico y social.</p> <p><b>RAP3:-</b> Utiliza el método axiomático deductivo y las propiedades de las figuras geométricas para solucionar problemas de su entorno académico y social.</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Hojas blancas engrapadas, foliadas</li><li>• Toda la guía se elabora a mano</li><li>• Enunciados de los ejercicios a tinta negra y resultados subrayados con tinta roja</li><li>• Procedimientos a lápiz</li></ul>
<p><b>Unidad III.-</b> Emplea las funciones trigonométricas en la solución de triángulos y ecuaciones que se presentan en situaciones de su entorno académico, personal y/o social.</p> <p><b>RAP1:-</b> Identifica las funciones e identidades trigonométricas, así como sus propiedades a partir de triángulos rectángulos.</p> <p><b>RAP2:-</b> Aplica las funciones e identidades trigonométricas para solucionar problemas que dan lugar a triángulos, en su ámbito académico, personal y/o social.</p> <p><b>RAP3:-</b> Utiliza las funciones e identidades trigonométricas en la solución de ecuaciones en su ámbito académico.</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Hojas blancas engrapadas, foliadas</li><li>• Toda la guía se elabora a mano</li><li>• Enunciados de los ejercicios a tinta negra y resultados subrayados con tinta roja</li><li>• Procedimientos a lápiz</li></ul>



## 6.- Actividades de estudio.

- Trabajo individual y en equipo.
- Asesorías de geometría y trigonometría.

## 7.- Presidente de Academia.

Docente	
Yolanda Rodríguez Cruz.	Presidente de Academia



## UNIDAD I

### I) RESUELVE LAS SIGUIENTES ECUACIONES LOGARÍTMICAS

1)  $\log_3(x + 2) - \log_3 x = 1$   $R: x = 1$

2)  $\log(x + 15) + \log x = 2$   $R: x_1 = 5; x_2 = 20$

3)  $\log_6(x + 2) - \log_6 x = 2$   $R: x = \frac{2}{35}$

4)  $\log_4(x + 1) = 2 + \log_4(3x - 2)$   $R: x = \frac{33}{47}$

5)  $\log(x + 1) + \log(x - 2) = 1 + \log(x - 3)$   $R: x_1 = 7; x_2 = 4$

6)  $\log(x - 2) + \log(x + 3) + 1 = \log 40$   $R: x_1 = \frac{-1 + \sqrt{41}}{2}; x_2 = \frac{-1 - \sqrt{41}}{2}$

### II) RESUELVE LAS SIGUIENTES ECUACIONES EXPONENCIALES

1) $2^{2x-1} = 8$ <span style="float: right;"><math>R: x = 2</math></span>	2) $2^{x-2} = 16$ <span style="float: right;"><math>R: x = 6</math></span>
3) $2^{x-1} = 625$ <span style="float: right;"><math>R: x = 10.2877</math></span>	4) $5^{3x+2} = 8^{x-3}$ <span style="float: right;"><math>R: x = -3.4403</math></span>
5) $7^{x-3} = 2^{2x-5}$ <span style="float: right;"><math>R: x = 4.2386</math></span>	6) $2^{2x-\frac{1}{4}} = 6^{x+2}$ <span style="float: right;"><math>R: x = -9.2654</math></span>
7) $2^{-x} = \frac{1}{16}$ <span style="float: right;"><math>R: x = 4</math></span>	8) $5^{-x+6} = 625$ <span style="float: right;"><math>R: x = 2</math></span>
9) $3^{3x-7} = 81$ <span style="float: right;"><math>R: x = \frac{11}{3}</math></span>	10) $12^{x-3} = 14$ <span style="float: right;"><math>R: x = 4.0620</math></span>



**III) RESUELVE LOS SIGUIENTES PROBLEMAS APLICANDO LAS FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS:**

- 1) Una población bacteriana se duplica cada hora. Cada bacteria crece hasta cierto tamaño y se divide durante un periodo de una hora. Comenzando por una bacteria  
  
¿Cuántas bacterias habrá al final de doce horas? *R:  $x = 4,096$  bacterias*
  
- 2) Se invierte un capital de \$25,000.00 a una tasa de 1.4% de interés mensual. ¿En cuánto tiempo se duplicará? *R:  $x = 50.16$  meses*
  
- 3) En una ciudad de 50,000 habitantes una persona inventa un chisme y lo comunica a tres personas en un cuarto de hora cada una de estas hace lo mismo en siguiente cuarto de hora y lo mismo ocurre con cada una de las personas que se van enterando ¿En cuánto tiempo se habrá enterado toda la ciudad?  
  
*R:  $x = 2$  horas 27 minutos 43 segundos*
  
- 4) Una hoja de un milímetro de espesor de un determinado plástico traslucido reduce la intensidad de la luz en un 15%. ¿Cuántas hojas de este plástico se necesitan para reducir la intensidad de la luz hasta el 25% de su valor original? *R:  $x = 8.5$  hojas*
  
- 5) La tasa de interés de una tarjeta de crédito bancaria es de aproximadamente 8% mensual, si no se hace ningún pago. ¿En cuánto se duplicará la deuda? *R:  $x = 9$  meses*

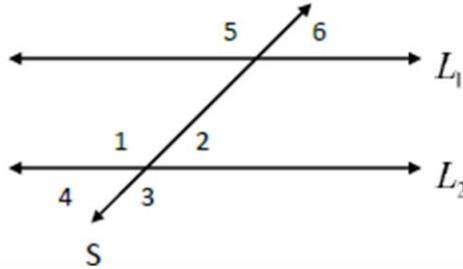
**UNIDAD II**

**I) DETERMINA LO QUE SE TE PIDE EN LOS SIGUIENTES EJERCICIOS DE ANGULOS FORMADOS ENTRE DOS PARALELAS Y UNA SECANTE:**



1) En la figura  $L_1 \parallel L_2$ ;  $m\angle 6 = 3x+1$ ;  $m\angle 4 = 5y-13$ ;  $m\angle 1 = 15y-7$ .

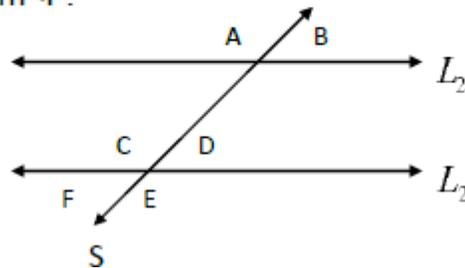
Hallar:  $m\angle 1$ ,  $m\angle 4$  y  $m\angle 6$ .



R:  $m\hat{1} = 143^\circ$   
 $m\hat{4} = 37^\circ$   
 $m\hat{6} = 37^\circ$

2) En la figura  $L_1 \parallel L_2$ ;  $m\angle B = 3x-5$ ;  $m\angle F = 4y-8$ ;  $m\angle C = 12y-4$ .

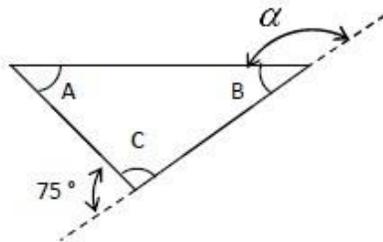
Hallar:  $m\angle B$ ,  $m\angle C$  y  $m\angle F$ .



R:  $m\hat{B} = 40^\circ$   
 $m\hat{C} = 140^\circ$   
 $m\hat{F} = 40^\circ$

**II) DETERMINA LO QUE SE TE PIDE EN LOS SIGUIENTES EJERCICIOS APLICANDO LAS PROPIEDADES DE TRIÁNGULOS:**

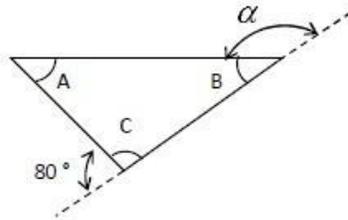
1) Hallar las medidas de los ángulos internos del triángulo y la medida del ángulo  $\alpha$  si:  
 $m\angle A = 7x+y+2$ ;  $m\angle B = 5x+10$ ;  $m\angle \alpha = 15x+7y-15$



R:  $m\hat{A} = 45^\circ$   
 $m\hat{B} = 30^\circ$   
 $m\hat{C} = 105^\circ$   
 $m\hat{\alpha} = 150^\circ$



2) Hallar las medidas de los ángulos internos del triángulo y la medida del ángulo  $\alpha$  si:  
 $m\angle A = 2x + y + 7$ ;  $m\angle B = 3x - 10$ ;  $m\angle \alpha = 8x + 4y - 7$

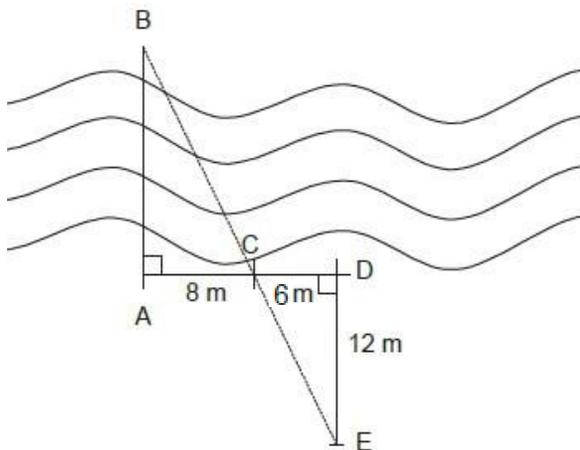


R:  $m\hat{A} = 45^\circ$   
 $m\hat{B} = 35^\circ$   
 $m\hat{C} = 100^\circ$   
 $m\hat{\alpha} = 145^\circ$

3) Para medir el ancho de un río, localizamos una piedra blanca en la otra orilla (punto "B") y realizamos las siguientes mediciones:

— — — —

$AB \perp AD$ ,  $CD \perp DE$ . ¿Cuál es el ancho del río?

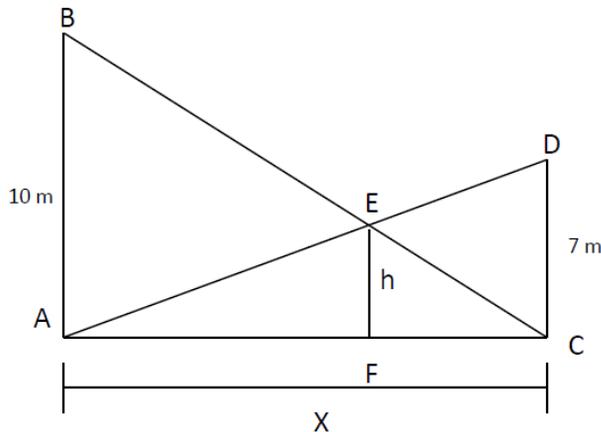


R:  $x = 16 \text{ m}$



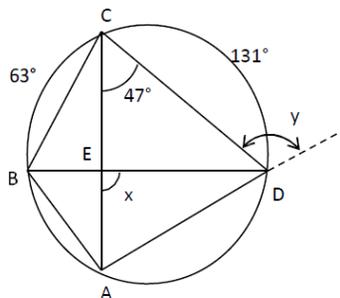
4) Un poste que sobresale del suelo 2 metros proyecta una sombra de 2 metros. En ese mismo instante, una pirámide cercana proyecta una sombra de 15 metros; más tarde, la pirámide proyecta una sombra de 80 metros, mientras que el poste proyecta una sombra de 4 metros. ¿Cuál es la altura de la pirámide?  
*R:  $h = 65 \text{ m}$*

5) Un poste de 10 metros y otro de 7 metros se encuentran atirantados por cables en sus extremos; calcular la altura del punto de cruce con respecto al suelo.  
*R:  $h = 4.11 \text{ m}$*



### III) DETERMINA LO QUE SE TE PIDE EN EL SIGUIENTE EJERCICIO DE ÁNGULOS FORMADOS EN LA CIRCUNFERENCIA:

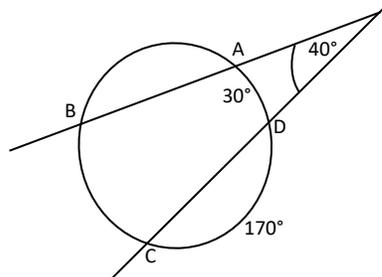
1) Hallar los valores de  $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$ , arco AB y arco AD



*R:*  $\widehat{AB} = 72^\circ$   
 $\widehat{AD} = 94^\circ$   
 $\hat{x} = 78.5^\circ$   
 $\hat{y} = 112.5^\circ$



2) Calcular el valor de los arcos AB y BC.



$$R: \widehat{AB} = 50^\circ$$

$$\widehat{BC} = 110^\circ$$

#### IV) RESUELVE LOS SIGUIENTES PROBLEMAS DE POLÍGONOS:

1) Calcular el número de lados de un polígono que tiene 12 diagonales más que el número de sus lados.

$$R: n = 8 \text{ lados (Octágono)}$$

2) La suma de los ángulos interiores de un polígono es  $2340^\circ$ . ¿Cuál es la suma de sus ángulos exteriores y de qué polígono se trata?

$$R_1: \sum \hat{e} = 360^\circ, \quad R_2: \text{Pentadecágono (15 lados)}$$

3) La apotema de un polígono regular es  $5\sqrt{3}$  cm, la longitud de cada uno de sus lados es de 12 cm y tiene 9 diagonales en total ¿Cuál es el área del polígono?

$$R: A = 311.77 \text{ cm}^2$$

4) ¿Cuál es el polígono regular en el que se pueden trazar 9 diagonales desde uno de sus vértices?

$$R: \text{Dodecágono (12 lados)}$$

5) ¿Cuánto suman los ángulos interiores de un dodecágono regular?

$$R: \sum \hat{i} = 1800^\circ$$

### UNIDAD III

#### I) RESUELVE LOS SIGUIENTES PROBLEMAS APLICANDO LAS PROPIEDADES DE LOS TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS Y OBLICUÁNGULOS:

1) A partir del valor de la siguiente función trigonométrica:  $\sin A = \frac{6}{10}$ , calcula las funciones  $\cos A$ ,  $\tan A$ ,  $\cot A$ ,  $\sec A$ .

$$R: \cos A = \frac{4}{5}, \tan A = \frac{3}{4}, \cot A = \frac{4}{3}, \sec A = \frac{5}{4}$$

2) A partir del valor de la siguiente función trigonométrica:  $\tan A = \frac{3}{4}$ , calcula las funciones  $\sin A$ ,  $\cos A$ ,  $\sec A$ ,  $\csc A$ .

$$R: \sin A = \frac{3}{5}, \cos A = \frac{4}{5}, \sec A = \frac{5}{4}, \csc A = \frac{5}{3}$$

3) Desde una altura de 23,245 (pies), el piloto de un aeroplano observa la luz de un aeropuerto bajo un ángulo de depresión  $28^\circ$  ¿Qué distancia hay entre el aeroplano y la fuente de luz?

$$R: d = 49513.11 \text{ pies}$$



- 4) Para medir la altura de un cerro, tomamos dos puntos de referencia sobre un terreno plano ubicado cerca de la base del cerro. La distancia entre ambos puntos es 500 (m). El ángulo de elevación medido desde uno de los puntos de referencia es de  $25^\circ$  y desde el otro  $18^\circ 50'$ . Calcular la altura del cerro. **R:  $h = 98.49 \text{ m}$**
- 5) La escuela, la iglesia y la casa de Juanito están sobre la misma calle y en ese orden. Una persona que se encuentra en el campanario de la iglesia, observa la escuela con un ángulo de depresión de  $27^\circ 42'$  y la casa de Juanito con ángulo de depresión de  $43^\circ$ . Calcular la distancia que camina Juanito de su casa a la escuela sí:
- a) La distancia de la iglesia a la escuela es de 280 (m) **R:  $d_a = 437.64 \text{ m}$**   
b) La distancia de la iglesia a la escuela es de 300 (m) **R:  $d_b = 468.90 \text{ m}$**
- 6) Dos personas se encuentran separadas 1250 (m) en línea recta, ambas observan un avión con ángulo de elevación de  $11^\circ$  y  $14^\circ 9'$ , respectivamente, Calcular la altura a que se encuentra el avión. **R:  $h = 137.19 \text{ m}$**
- 7) Sobre un peñasco situado en la ribera de un río, se levanta una torre de 12.5 (m) de altura. Desde el extremo superior de la torre, el ángulo de depresión de un punto situado en la orilla opuesta es de  $28^\circ$ , desde la base de la torre, el ángulo de depresión del mismo punto es de  $19^\circ$ . Calcular el ancho del río y la altura del peñasco. **R<sub>1</sub>:  $x = 23.50 \text{ m}$  (ancho del río), R<sub>2</sub>:  $h = 8.09 \text{ m}$  (altura del peñasco)**
- 8) Un asteroide se fractura al chocar con otro, de tal manera que las rocas de mayor tamaño siguen trayectorias separadas por un ángulo de  $28^\circ 40'$  del punto de impacto la mayor se mueve a una velocidad de 33,000 (km)/(h) y la pequeña a 40,000 (km)/(h).  
¿Cuál es la distancia de separación de los dos nuevos asteroides al cabo de 4 horas? **R:  $d = 77211.08 \text{ km}$**
- 9) Sobre una torre inclinada se apoya una escalera de 4.5 (m) de largo, a una longitud de 4 (m) sobre la torre, la escalera está separada 3 (m) de la base de la torre. Hallar el ángulo de inclinación de la torre con respecto al nivel del suelo. **R:  $\hat{A} = 78^\circ 35' 5''$**
- 10) Un poste telefónico forma un ángulo de  $82^\circ$  con el piso. El ángulo de elevación del sol es de  $76^\circ$ . Encuentra la longitud del poste si su sombra es de 3.5 (m). **R:  $l = 9.06 \text{ m}$**



## II) DEMUESTRA LAS SIGUIENTES IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS

1)  $\csc^2 x(1 - \cos^2 x) = 1$

2)  $\tan A \operatorname{sen} A + \cos A = \sec A$

3)  $1 - \frac{\cos^2 A}{1 + \operatorname{sen} A} = \operatorname{sen} A$

4)  $\frac{\tan A + \cos A}{\operatorname{sen} A} = \sec A + \cot A$

5)  $\cot A + \tan A = \csc A \sec A$

6)  $\cos x(\tan x + \cot x) = \csc x$

**R:**

*Se tiene que verificar el proceso metodológico utilizado por el alumno en cada una de las demostraciones de las identidades trigonométricas*

### Bibliografía Básica

- Cuellar, J. A. (s.f.). Matemáticas II. McGraw Hill.
- Herrera, A. G. (s.f.). Geometría y Trigonometría. Publicaciones Culturales.
- Phillips, E. P. (s.f.). Álgebra con aplicaciones. Harla.
- Smith, e. a. (s.f.). Álgebra. Prentice Hall.